SOCIEDAD ARGENTINA DOCENTES EN ADMINISTRACION FINANCIERA

TEORÍA DE PERSPECTIVAS

Daniel Kahneman y Amos Tversky

COMPORTAMIENTO FRENTE AL RIESGO

Maurice Allais

CUADERNOS DE FINANZAS 57

DOCUMENTOS DE TRABAJO DE SADAF

Marzo 2007



Presentación
La 'teoría de perspectivas' de Kahneman y Tversky

Ricardo A. Fornero

Los ensayos de Maurice Allais y de Daniel Kahneman y Amos Tversky referidos al comportamiento en condiciones de riesgo son mencionados de modo muy reiterado en los estudios de análisis económico de las decisiones, más aún después de que Daniel Kahneman (1934–) recibiera en 2002 el premio Nobel de Economía.[1]

Se presentan reunidas las traducciones de ambos por su vínculo explícito: la teoría de Kahneman y Tversky es un modo de resolver la denominada 'paradoja de Allais'. Esta última se plantea en el ensayo Comportamiento del hombre racional frente al riesgo, que es parte del debate, en los años 1950, acerca de la teoría de la utilidad esperada. El economista francés (nacido en 1911, y que recibió el premio Nobel de Economía en 1988) se enfrenta a los postulados de lo que él denomina 'escuela americana' de la utilidad esperada, cuyos principales exponentes en ese momento son Jacob Marschak (1898–1977), Leonard Savage (1917–1971) y Paul Samuelson (1915–).

Además de entregar la traducción del ensayo de Kahneman y Tversky se procura resolver un equívoco acerca de la designación en español de esa teoría. Es frecuente que, cuando se expresa en español, 'prospect theory' se refiera como 'teoría prospectiva', o 'teoría prospectivista'. En la nota 1 de la traducción se explica que tal expresión no es la más adecuada, ya que su significado es distinto y no se relaciona con los conceptos de Kahneman y Tversky.

En lo que sigue se hace un breve recorrido para ubicar estos ensayos en su contexto conceptual. Una explicación más detallada de la relación con otras nociones importantes en economía pueden verse en los ensayos de Juan Carlos de Pablo y Hugo Contreras Sosa.[2]

---

[1] Amos Tversky, que en cierta forma fue inspirador e impulsor de los estudios que realizaron él y Daniel Kahneman durante muchos años, murió en junio de 1996 como consecuencia de un melanoma metastático.

[2] Juan Carlos de Pablo comenta los antecedentes y el encuadre de los problemas considerados por Kahneman y Tversky en dos ensayos: *Después de Kahneman y Tversky; ¿Qué queda de la Teoría Económica?*, presentado en 2004 en Foro de Estudios Económicos, y publicado en 2005 por Revista de Economía y Estadística, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina) [www.eco.unc.edu.ar/ief/publicaciones/economestadistica/2005_43_n1/3_55-depablo-impr.pdf]; y en la nota *La economia como proceso decisorio. Reseña de ideas ajenas* [www.cema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/263.pdf].

Hugo Contreras Sosa explica otras conexiones en su ensayo *Daniel Kahneman: Premio Nobel de Economía 2002*, Ciencia ergo sum, 2003 [redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/104/10410210.pdf].

Ricardo Pascale hace una presentación comparativa en *Del 'hombre de Chicago' al 'hombre de Tversky-Kahneman'. Aproximación a la racionalidad perfecta, la racionalidad acotada y la economía cognitiva*, Diserta-

Decisiones y racionalidad limitada en los modelos. La discusión acerca de las reglas de decisión más adecuadas a incluir en una teoría económica (y, por consiguiente, en una teoría financiera) no es precisamente una novedad. En los años 1950 se produjeron diversos desarrollos para incluir en los modelos económicos las 'reglas óptimas de decisión' a partir de la información que tienen los sujetos; en este camino aparecieron distintos supuestos alternativos tanto para la información que procesan los sujetos como para el papel que tiene en sus decisiones.

La formulación que realiza el matemático húngaro Abraham Wald en 1939 (*Contributions to the theory of statistical estimation and testing hyphotesis*) de lo que se denominó 'el problema de la decisión estadística', plantea la cuestión de las múltiples 'soluciones' que podían establecerse según la regla de decisión que se aplique. Así, Wald mismo propone la regla minimax, cuya adecuación después va a ser demostrada por John von Neumann. En los años siguientes se fueron realizando formulaciones con reglas alternativas, y para cada una aparecían inmediatamente contraejemplos 'intuitivos' que refutaban la 'generalidad' del planteo.

De este modo se fue ampliando notablemente el ámbito de esa disciplina. Basta tener presente que de esa época es la formalización de la teoría de juegos de estrategia, y las nociones de 'racionalidad limitada' (o 'acotada', bounded rationality) y de 'expectativas racionales'.

En esta línea se inscriben los desarrollos que iniciaron Kahneman y Tversky en los años 1970, buscando una taxonomía para algunos aspectos psicológicos importantes en la toma de decisiones de los individuos. Muchos de sus conceptos se han incorporado a lo que se denomina 'behavioral economics' (economía conductual) y 'behavioral finance' (finanzas conductuales).

En su conferencia Nobel Daniel Kahneman presenta una síntesis de los estudios que ha realizado desde los años 1970, y titula ese conjunto *Maps of bounded rationality*. Señala así la relación que tienen con esa noción básica planteada y estudiada por Herbert Simon desde los años 1950, que es una definición procesal de racionalidad que se distingue de la 'racionalidad completa' u 'omnisciente' de los individuos en los modelos neoclásicos.

Para Simon la racionalidad está 'limitada' por las restricciones de percepción y de procesamiento. Por eso el comportamiento (individual y social) se basa en programas de análisis y respuesta que se van desarrollando en función de la experiencia. Estos programas orientan la búsqueda de información, la que es regida por un criterio de 'satisfacción' por los resultados posibles de la acción más que por el criterio de 'maximización' absoluta. Toda maximización está sujeta a restricciones; la novedad de Simon, estrictamente, es la noción de 'nivel de aspiración' (o de satisfacción), que es fundamental en esta descripción conductista de la decisión.

Sin embargo, la teoría de la racionalidad limitada dice poco acerca de por qué las personas tienen los niveles de aspiración que tienen: se consideran dados. Jon Elster, filósofo noruego, considera que la teoría ofrece poco más que una 'descripción densa' de la racionalidad, ya que no es "una explicación de los niveles de aspiración" en términos psicológicos, ni tampoco se ofrece "una teoría sociológica de la relación entre las normas sociales y la racionalidad instrumental".

La utilidad de la noción de racionalidad limitada no está en enunciar las 'limitaciones' de los individuos al razonar y decidir (que han recibido diversos nombres desde los antiguos griegos) sino en estipular reglas de comportamiento que pueden incluirse en modelos económicos.

En su revisión del papel de este concepto en los modelos económicos, John Conlisk (*Why bounded rationality?*, Journal of Economic Literature, 1996) apunta que "las personas destinan mucho a capital humano, en gran parte en el aprendizaje. Esa inversión se realiza en parte en reunir información (nombres y fechas), en parte en adquirir habilidades (de tipificación, typing) y en parte en desarrollar la capacidad cognitiva general (aprender a pensar). La inver-

---

ciones XXV Jornadas de Administración Financiera, 2005 [www.sadaf.com.ar]. Y presenta una semblanza de Allais en la nota *Maurice Allais, riguroso y original investigador*.

sión en conocimiento debe ser una respuesta a la racionalidad limitada." "El costo de deliberación y la racionalidad limitada son como elefantes en la sala, son demasiado grandes como para ignorarlos. La teoría económica está forzada a reconocer su presencia, aunque no se refiera a ellos con ese nombre." "Los modelos de racionalidad limitada adhieren al punto fundamental de la economía, la escasez. La cognición humana es un recurso escaso, y debería ser tratado como tal." Como otros ingredientes de los modelos, debe considerarse según la importancia en el contexto que se estudia. El grado en que un modelo es más o menos sensible al supuesto de racionalidad que se utiliza depende de condiciones tales como el papel que tienen "el costo de deliberación, la complejidad, los incentivos, la experiencia y la disciplina de mercado".

Fundamentos. Kahneman y Tversky (y los demás investigadores con los que han trabajado en diversos temas) se mueven en el área de la psicología cognitiva, el estudio de los procesos del conocimiento; a partir de esa base disciplinaria sus estudios derivan hacia las decisiones con contenido económico.

En un ensayo de 2003 acerca de la 'perspectiva psicológica de la economía' Kahneman apunta: "Cuando a comienzos de la década de 1970 me familiaricé con los supuestos psicológicos utilizados en el análisis económico me encontré con que el ser humano implícito en dicho análisis es uno racional y autocentrado, y que sus preferencias no cambian. Me sorprendió mucho, porque como psicólogo profesional fui entrenado para no creer una palabra de todo esto... Entonces la distancia que había entre el análisis económico y la psicología era verdaderamente muy grande... Dicha distancia se ha achicado, pero no hay ninguna expectativa inmediata de que ambas disciplinas compartan un mismo enfoque sobre el comportamiento humano" (*A psychological perspective on economics*, American Economic Review).

La teoría de perspectivas (prospect theory) fue planteada en 1979, si bien es el resultado de estudios que Kahneman y Tversky realizaron durante varios años. El encuadre genérico del planteo es el juicio y la decisión en condiciones de incertidumbre. En sus estudios hay tres pilares básicos.

El primer pilar es la noción de los sesgos en el juicio de las personas acerca de algo en un contexto de incertidumbre, por los procedimientos (heurísticas[3]) que utilizan para la toma de decisiones y el aprendizaje.

El segundo pilar es la noción de 'punto de referencia': los atributos percibidos de las alternativas de decisión dependen de las referencias para el decididor, y la consiguiente conducta frente a las ganancias y las pérdidas.

Y el tercer pilar es la noción de 'efecto marco' o encuadre (framing): según cómo se presenten las alternativas puede cambiar la elección (porque también pueden cambiar las preferencias de los individuos, de adversos al riesgo a proclives a tomar riesgo, ya que el encuadre puede modificar el punto de referencia.

Es importante tener en cuenta que el trabajo de Kahneman y Tversky (conjuntamente, o cada uno con otros investigadores) en estos aspectos es muy amplio, y las nociones tal como se presentan en los artículos iniciales (como es el caso de *Prospect theory*) han sido matizadas y complementadas en estudios posteriores.

[3] Si bien la noción de heurística se refiere a las formas de indagar y descubrir (proviene de una palabra griega que designa el inventar, el hallar), en los estudios de decisiones (y del juicio en que se basan) se suele utilizar la palabra para referirse a métodos simplificados (en este sentido, 'poco rigurosos'), como el tanteo, las reglas empíricas, la utilización de atajos, etc.

Heurísticas y sesgos. En el artículo de 1974 *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, publicado por Science[4], Tversky y Kahneman estudian el papel que tienen en la formación del juicio (y, con esto, en la decisión) los sesgos de representatividad, de disponibilidad, y de ajuste y anclaje.

Este artículo de psicología empírica tuvo una amplia repercusión, y en la autobiografía que Kahneman preparó para el premio Nobel señala que fue considerado, equivocadamente, como una presentación general de la naturaleza humana. Allí estudiaban sólo que "algunos, no todos, los juicios acerca de acontecimientos inciertos están mediados por heurísticas que, a veces (no siempre) producen sesgos predecibles". "Fuimos leidos como diciendo que las personas no pueden pensar de modo correcto; hasta se utilizó como argumento contra nuestra posición el hecho de que el hombre había caminado sobre la luna".

"Hasta nuestros silencios se consideraron significativos. Por ejemplo, el hecho de que no escribimos nada acerca del rol de los factores sociales en el juicio se tomó como una indicación de que pensábamos que esos factores no eran importantes."

"La interpretación de nuestro trabajo como un amplio ataque a la racionalidad humana (en vez de una crítica al modelo del agente racional) atrajo mucha oposición", y hubo argumentos de diverso origen en contra de la noción de sesgos.

En 2002, en el artículo *Representativeness revisited: Attribute substitution in intuitive judgment*, Daniel Kahneman y Shane Frederick[5] plantean un modelo de proceso dual acerca de las ilusiones cognitivas. "Los juicios pueden producirse de dos modos (que se mezclan de varias formas): un proceso intuitivo rápido, asociativo, automático y con poco esfuerzo (el sistema 1), y un proceso más lento, regido por reglas, deliberado y que requiere esfuerzo (el sistema 2). Este último reconoce algunas de las reglas que el razonamiento intuitivo es proclive a violar, y a veces interviene para corregir o reemplazar los juicios intuitivos erróneos. Los errores de intuición ocurren cuando se dan simultáneamente dos condiciones: el sistema 1 genera el error y el sistema 2 no lo corrige."

"Cuando en un experimento se facilita la operación correctiva del sistema 2, las ilusiones cognitivas se hacen desaparecer. Por eso tales experimentos nos dicen poco acerca de los juicios intuitivos que son suprimidos."

Kahneman y Frederick consideran que la controversia por el artículo de 1974 se originó en el estilo conversacional con que se hizo ese artículo. "Una psicología comprensiva del juicio intuitivo no puede ignorar el pensamiento controlado, porque la intuición puede ser amplificada o corregida por operaciones de autocrítica, y porque las respuestas intuitivas no siempre están disponibles. Pero esta posición importante pareció irrelevante en esas primeras investigaciones acerca de las heurísticas del juicio. Los autores de la 'ley de los pequeños números' no consideraron necesario examinar la corrección del razonamiento estadístico." "Los primeros estudios de heurísticas y sesgos mostraron poco interés en las condiciones bajo las cuales el razonamiento intuitivo es prevenido o anulado, ya que la guía por el razonamiento controlado se consideró un caso por defecto que no necesitaba explicación. Una falta de preocupación por las condiciones de límite es típica de los programas de investigación 'jóvenes', que

---

[4] El artículo está traducido al español casi en su totalidad en el libro *Lecturas de psicología del pensamiento*, compilado por Mario Carretero y Juan García Madruga (Alianza, 1984).

Este artículo no debe confundirse con el libro de igual título compilado por Daniel Kahneman, Paul Slovic y Amos Tversky en 1982, donde reúnen diversos estudios de ellos y otros referidos a los sesgos de falta de representatividad, de atribución de causalidad, de disponibilidad, de covariación, de sobreconfianza (overconfidence), y también a procedimientos heurísticos en la evaluación y en la corrección.

Tal vez sea interesante aclarar que en los numerosos artículos que Kahneman y Tversky escribieron juntos el orden de ambos como autores cambia (Kahneman y Tversky, y Tversky y Kahneman). Según cuenta Kahneman, para el primero decidieron el orden tirando una moneda, y también decidieron que a partir de ahí sería alternado.

[5] Incluido en el libro compilado por Thomas Gilovich, Dale Griffin y Daniel Kahneman, *Heuristics and Biases: The Psychology of Intuitive Judgment*, Cambridge University Press, 2002.

se enfocan naturalmente en demostrar efectos nuevos e inesperados, no en hacer que éstos desaparezcan."

Se reconoce así que la taxonomía de heurísticos y sesgos está enmarcada en las nociones de orden ('jerarquía') de subsistemas del comportamiento, que fueron planteadas desde los años 1950. En el comportamiento hay distintos 'programas', que se 'activan' según lo que se percibe.

Acerca de esto puede ser interesante reproducir parte de una conversación entre Jorge Luis Borges y Herbert Simon, que tuvo lugar en Buenos Aires, en 1971:

> BORGES: Ahora me gustaría que usted me explique algo sobre el llamado conductismo (behaviorismo). ¿Cuál es el fundamento? ¿Es decir, se habla de libre albedrío o más bien de predestinación?
>
> SIMON: Bueno, yo siempre tengo que hablar de computadoras. Estoy enamorado de las computadoras. Lo podríamos plantear de la siguiente manera. Frente a determinado problema la computadora se comporta, también, de determinada manera. Y nos preguntamos si tuvo libre albedrío en ese comportamiento. Decimos que tuvo libre albedrío en el siguiente sentido. Si se le hubiera colocado otro programa hubiera actuado en distinta forma, hubiera tenido otro comportamiento.
>
> BORGES: ¿Qué quiere decir con comportamiento? Porque éste sería un proceso mecánico, me refiero por supuesto al de la computadora.
>
> SIMON: Sí, es un proceso mecánico. Pero yo pienso, al igual que muchos otros en mi especialidad, que el ser humano tiene también un comportamiento de tipo mecánico, similar al de la computadora.
>
> BORGES: Es decir que actuamos así por fuerza de la costumbre.
>
> SIMON: Más bien yo diría por fuerza de los programas que tenemos almacenados en nuestro cerebro. Y tenemos libre albedrío en el sentido de que el comportamiento resultante surge en función de nosotros mismos tanto como en función de la situación que enfrentamos. No todos se comportan de la misma manera frente a determinada situación.
>
> BORGES: ¿Usted piensa, entonces, que frente a una disyuntiva, digamos, de dos comportamientos posibles frente a determinada situación, yo puedo elegir uno de esos comportamientos?
>
> SIMON: Su programa elige. Sí, se puede elegir. Pero eso no es una causa incausada. Uno no es una causa incausada.
>
> BORGES: ¿Esto implicaría que si algún ser poderoso, algún dios, conociera todo mi pasado, mi infancia, inclusive antes de mi infancia, diría mis antepasados, esto implica que ese dios podría predecir mi comportamiento frente a cualquier situación?
>
> SIMON: Mis creencias científicas me dicen que es así. Teniendo todos esos conocimientos sobre un individuo se puede predecir su comportamiento frente a determinada situación.
>
> BORGES: Entonces lo que yo estoy diciendo en este preciso instante es...
>
> SIMON: ...es una función de todo su pasado...
>
> BORGES: ...es inevitable.
>
> SIMON: Inevitable, sí, pero esa inevitabilidad no le quita a usted su identidad, su individualidad. Usted es la encarnación de su propio pasado.
>
> BORGES: Comprendo. O por lo menos me plazco en pensar que entiendo. Ahora, ¿esto da cuenta de todas nuestras acciones? Es decir, si mi mano derecha está apoyada sobre mi mano izquierda, ¿es porque tenía que ser así? Yo pienso que hay muchas cosas que hacemos de una forma, diría, impensada.
>
> SIMON: Cosas que ocurren en el subconsciente. Sí, es cierto. Si no fuera así no podríamos ni siquiera atarnos los cordones de los zapatos. La mayoría de las cosas ocurren así. Pero eso se debe a que tenemos muchas cosas programadas.
>
> BORGES: Pero, ¿las cosas son inevitables en ese sentido también?
>
> SIMON: Podrían ser distintas pero siempre en función de sus programas. Podría haber algún determinante que haga que su programa le indique otra acción a tomar. Y si hablamos del azar, el científico piensa siempre en última instancia que en esto no existe el azar. En algún momento quizá tenga que decir que no puede explicar determinado fenómeno pero igual trabaja con el supuesto de que hay causas que determinan una acción. Y por lo tanto, cuando estudiamos el comportamiento de una persona que está re-

solviendo un problema, partimos del supuesto de que cada ¡hmmm! o ¡ah!, de que cada exclamación, tiene su causa. No siempre podemos descubrir esa causa.

BORGES: Bueno, claro. Cuando estudian el comportamiento tienen que remontarse al pasado entero de esa persona. Inclusive al pasado, a los comienzos de la humanidad, inclusive del cosmos.

SIMON: No, no es así. Porque el pasado influye su comportamiento presente en la medida en que ese pasado ya está contenido en su persona. Por lo que siempre podemos encontrar un punto de partida. Y eso es como trabaja, por ejemplo, el físico. Si quiere estudiar la luna, no necesita conocer todo su pasado. Sólo necesita conocer su posición y velocidad actuales en relación con los demás planetas. Puede tomar eso como punto de partida. Necesita conocer las determinantes pasadas de unas pocas cosas. Y es sorprendente lo poco del pasado que influye en una acción determinada, ocurrida en un breve lapso, es decir, una acción tomada por un hombre. Por ejemplo; si yo juego al ajedrez con un hombre, digamos, cinco meses, sin parar y sin tener otra actividad con ese hombre, es sorprendente lo poco que voy a saber o conocer de los contenidos de su mente. Lo poco que voy a conocer sobre los determinantes que actuarían en él, frente a otras situaciones.

BORGES: Es decir que hay lugar para el libre albedrío.

SIMON: Sí, ésta es la forma en que yo concibo el libre albedrío, en que yo soy el que actúa cuando tomo determinada acción. Y el hecho de que algo haya causado ese comportamiento de ninguna manera me hace sentir encerrado. Así que cuando llegamos a una bifurcación del camino o, digamos, del laberinto, 'algo' elige cuál es la rama a tomar. Y la razón de mis investigaciones y también la razón por la que sus laberintos me han fascinado de tal forma, ha sido, justamente, observar individuos que se encuentran con bifurcaciones y tratar de entender por qué toman el camino de la derecha o el de la izquierda.

Prospect theory. La teoría de perspectivas (en el artículo *Prospect theory: An analysis of decisions under risk*) plantea los lineamientos de la decisión en condiciones de riesgo. Kahneman comenta en 2002 que cuando comenzó a considerar este aspecto de la toma de decisiones se dio cuenta "que el nombre del juego era la construcción de una teoría que pudiera explicar adecuadamente la paradoja de Allais. Como una cuestión psicológica en sí misma esto no era difícil, porque los famosos problemas de Allais son, en efecto, una forma elegante de demostrar que la respuesta subjetiva a la probabilidad no es lineal. La no linealidad subjetiva es obvia: la diferencia entre probabilidades de 0,10 y 0,11 es claramente menos importante que la diferencia entre 0 y 0,01, o entre 0,99 y 1,00. La dificultad y la paradoja existen sólo para los teóricos de la decisión, porque la respuesta no lineal a la probabilidad produce preferencias que violan los axiomas de la elección racional, y que son, así, incompatibles con la teoría estándar de la utilidad esperada."

"La respuesta natural de un teórico de la decisión a la paradoja de Allais, ciertamente en 1975 y posiblemente aún hoy, sería investigar un nuevo conjunto de axiomas que tengan atractivo normativo y que permitan la no linealidad. La respuesta natural de un psicologista fue poner a un lado el tema de la racionalidad, y desarrollar una teoría descriptiva de las preferencias que las personas tienen realmente, sin tener en cuenta si esas preferencias podían o no justificarse."

"Nos impusimos la tarea de dar cuenta de las preferencias observadas en el universo en que se desenvolvía el debate: los juegos monetarios con pocos resultados y probabilidades definidas." Kahneman y Tversky se plantearon distintas elecciones y examinaron sus propias preferencias, para explorar las consecuencias teóricas; así formularon y descartaron modelos aplicables.

La noción de punto de referencia, considerando cambios en la riqueza más que la magnitud total, fue desarrollada a partir de la idea de Harry Markowitz. De este modo se identificó una propiedad de las preferencias que denominaron 'aversión a la pérdida' (loss-aversion). Esto es, al menos, válido en una perspectiva de corto plazo, e implica un predominio 'emocional' en la decisión.

En desarrollos posteriores a 1979 se ha ido perfilando que la acumulación de experiencia en un cierto contexto de decisión reduce este componente emocional, y el efecto de la dotación o riqueza inicial es mucho menor: los individuos aprenden a realizar sus elecciones en función del valor de largo plazo.

El artículo se presentó para publicación en Econometrica por una consideración estratégica: en una revista de psicología tendría un impacto menor sobre los investigadores de economía. La teoría de perspectivas es una teoría formal, y esto puede ser en parte una causa del impacto que ha tenido en el ámbito de la economía.

Además, Econometrica era en ese momento la revista donde se habían publicado los mejores ensayos acerca de la toma de decisiones. De hecho, el debate de principios de los años 1950 entre Allais y la escuela americana se reflejó en Econometrica. "Y aspirábamos a estar en esa vecindad", dice Kahneman.

Es importante destacar una expresión (al final del punto 3.1 del ensayo): "Al apartarnos de este modo de la teoría de la utilidad esperada llegamos a consecuencias normativamente inaceptables, tales como inconsistencias, intransitividades y violaciones de dominancia. El decididor corrige normalmente tales anomalías de preferencias cuando advierte que son inconsistentes, intransitivas o inadmisibles. En algunas situaciones, sin embargo, el decididor no tiene oportunidad de descubrir que sus preferencias pueden vulnerar las reglas de decisión que él desea cumplir. En estas circunstancias es esperable que se produzcan las anomalías implícitas en la teoría de perspectivas."

La teoría no estipula que siempre existen inconsistencias, sino que explica por qué pueden existir. De hecho, la base inductiva implica que las afirmaciones no pueden generalizarse; son enunciados de una descripción experimental. En los experimentos que plantean Kahneman y Tversky, y el resultado muestra que "más de la mitad de los participantes no se comporta según la teoría de la utilidad esperada", esto puede verse como un punto en contra de esta última teoría; pero también como una constatación de que no todos se comportan según la teoría de perspectivas alternativa.

Como señala Matthew Rabin (en *A perspective on psychology and economics*, European Economic Review, 2001) "El eje principal del análisis económico plantea que el ser humano procesa información de modo bayesiano, tiene preferencias estables y bien definidas, maximiza la utilidad esperada, descuenta el futuro con un procedimiento exponencial, está autocentrado, y plantea sus preferencias sobre estados y no sobre cambios. El análisis, además, considera sólo de un modo 'instrumental'/funcional las creencias y la información del sujeto. El objetivo del análisis económico del comportamiento es investigar los desvíos de esta forma de decisión que sean relevantes."

La teoría de la utilidad esperada y la teoría de perspectivas consideran algunos aspectos del comportamiento intencional, con supuestos explícitos e implícitos acerca de los procesos de formación del juicio en condiciones de riesgo; en este sentido, no son generales sino parciales y, en buena medida, instrumentales. Por eso las teorías no son alternativas, sino más bien complementarias.

Efecto marco o encuadre. El último pilar del comportamiento del decididor, que está anticipado en *Prospect theory*, se desarrolla en el artículo publicado en 1986 (Amos Tversky y Daniel Kahneman, *Rational choice and the framing of decisions*, Journal of Business). Con similar técnica experimental detectan inconsistencias de preferencias según cómo se planteen las alternativas, e inconsistencias en el tiempo. Esto implica que no se cumple el requerimiento básico de racionalidad que Kahneman y Tversky denominan 'invariancia'.

"Un efecto de marco se demuestra construyendo dos versiones transparentemente equivalentes de un problema dado, el cual de ningún modo llevaría a predecir elecciones diferentes. El ejemplo estándar, que fue desarrollado inicialmente, es la cuestión de 'vidas salvadas, vidas perdidas', que plantea una elección entre dos programas de salud pública propuestos para enfrentar una epidemia que amenaza 600 vidas. Un programa salvará 200 vidas, el otro tiene

una probabilidad de 1/3 de salvar las 600 vidas, y una probabilidad de 2/3 de no salvar ninguna. En esta versión del problema las personas prefieren el programa que salvará 200 vidas de modo seguro. Una segunda versión del problema plantea que un programa resultará en 400 muertes, y el otro tiene una probabilidad de 2/3 de 600 muertes y una probabilidad de 1/3 de que no haya muertes por la epidemia. En esta formulación la mayoría de las personas prefiere la apuesta (el segundo programa), frente a la alternativa segura. Si los mismos participantes son interrogados por los dos problemas, en ocasiones separadas, algunos dan respuestas incompatibles. Cuando son confrontados con su inconsistencia, las personas se sienten un poco perturbadas. Ellos tienen también poca ayuda para resolver la inconsistencia, ya que en el planteo no hay información acerca de los diferentes tamaños de la población sobreviviente, y por eso no pueden hacer intuiciones morales para guiar la elección."

Nuevamente, lo que se procura es dilucidar los efectos que *pueden* producirse. Kahneman apunta: "Estas no son demostraciones de la estupidez humana mediante juegos de salón. La facilidad con que pueden mostrarse los efectos de encuadre revela una limitación fundamental de la mente humana. En el modelo del agente racional las funciones mentales funcionan tal como el agente desea que funcionen. Los efectos de encuadre violan este requerimiento básico: los que responden son susceptibles a ese efecto aunque desean evitarlo."

"Hay dos modos en que se evita el efecto encuadre: 1) si las respuestas a todos los resultados y las probabilidades fueran estrictamente lineales puede fallar el procedimiento que utilizamos para producir efectos de encuadre en los experimentos; 2) si los individuos tienen una visión estricta y omnicomprensiva de los resultados, los problemas equivalentes serían tratados de modo equivalente."

En otros experimentos se detecta una tendencia de las personas a consideraciones de equidad en sus elecciones. Pero, de nuevo, esto no es generalizable; la mayoría puede preferir lo que ve como una solución equitativa de un problema, pero, por ejemplo, el quince por ciento no tiene la equidad como elemento de preferencia. Y, por el efecto encuadre, según cómo se plantee el problema en el experimento los individuos están dispuestos a aceptar una pérdida generalizada de bienestar de la sociedad.

Racionalidad, irracionalidad. Los resultados de los estudios basados en experimentos psicológicos a veces se presentan como evidencia de 'comportamiento irracional'.[6] La palabra 'racionalidad' para referirse a la conducta intencional (la acción humana) tiene una fuerte carga cultural: tiende a convertirse en fetiche intelectual, y también suele utilizarse como arma (tanto un arma que se conserva como una que se arroja). Por eso no es extraño que rápidamente surja la dicotomía racional/irracional para referirse a comportamientos y a modelos de comportamiento. En este último caso, la 'irracionalidad' califica a un comportamiento que no es acorde con la noción de racionalidad que se plantea en el modelo específico.

La reflexión acerca de la acción 'correcta', de las propensiones humanas y del papel podría decirse activo previo a la acción (la preparación de uno mismo para evitar el error y la ignorancia)[7] ocupó primero a la filosofía. En los comienzos de la modernidad los filósofos (como Hume o Hobbes) enmarcaron otras formas de racionalidad. Así, si bien el estudio de las pasiones humanas (como el miedo, la codicia o la ambición, que permean las preferencias) es muy antiguo, la noción de 'pasión compensadora', o 'pasión razonada', tiene nada más que unos siglos.

---

[6] El co-laureado con Daniel Kahneman con el premio Nobel de Economía 2002, Vernon Smith, apunta: "Muchos psicólogos parecen encontrar irracionalidad en todos lados, y muchos economistas parece que encuentran siempre irrelevante lo que destacan los psicólogos".

[7] Hamartia kai amathia, decían los griegos; error e ignorancia. Amathia es una clase de ignorancia, la peor, decían, ya que se refiere a no preocuparse por saber acerca de uno mismo y del mundo, y que se origina en la impaciencia (por actuar, o por llegar a un juicio).

Más recientemente se ocupan de esto los herederos intelectuales de esos filósofos, los científicos sociales (sociólogos, politólogos, psicólogos, economistas).[8] Y, cronológicamente por último, las neurociencias estudian la conexión entre los comportamientos y la electroquímica cerebral; los avances (si se los puede calificar así) en este aspecto tal vez lleguen a que en algún momento esté disponible una 'píldora de la racionalidad'.

Considerando la cantidad de aspectos involucrados en el comportamiento intencional ningún conjunto de axiomas o generalización de experimentos puede verse como una solución integral y definitiva.[9] Son avances en la comprensión de la acción, que tienen un papel instrumental en disciplinas como la economía.

En la misma época en que Kahneman y Tversky realizan sus principales estudios (los años 1970 y 1980), el sociólogo noruego Jon Elster, con inclinación matemática y familiarizado con la teoría de juegos, estudia los problemas filosóficos de la teoría de la elección racional que utiliza la economía.

En tres libros, de 1979, 1983 y 1989,[10] va haciéndose paulatinamente más escéptico acerca de la autonomía individual en las decisiones y de la posibilidad de una teoría de la elección racional (normativa o positiva). En su exploración de la autonomía en la modelación de las preferencias y las creencias (de ahí la alusión a Ulises, y a la fábula del zorro y las uvas), estipula medios que utilizan los individuos para llegar a ser racionales. En ese camino proporciona nociones que se han difundido ampliamente, como el 'compromiso previo' (precommitment) y los 'resultados esencialmente laterales' de la conducta intencional.

Más allá de estas 'limitaciones', podría decirse naturales, en la conducta intencional de los individuos, y para las cuales se desarrollan mecanismos o secuencias de decisiones, su preocupación se centra finalmente en la indeterminación de la propia teoría de la elección racional, frente a situaciones con varios resultados admisibles, o ninguno. Hay situaciones que son indecidibles para la teoría (y de ahí la alusión al juicio de Salomón).

Para Elster lo que importa, más que teorías alternativas (como la de Herbert Simon o la de Kahneman y Tversky), es considerar los modos de enfrentar las limitaciones de la racionalidad, modos tanto individuales como sociales. Sin embargo, como Kahneman y Tversky, podría decirse que omite el papel del autoconocimiento en la autonomía de los individuos, algo que ya reconocían los filósofos griegos cuando se referían a la lucha contra la ignorancia de sí mismo (la 'amathia')[11].

Que hay limitaciones en los procesos de pensamiento es bastante obvio, como también lo son las limitaciones en la percepción, en la fuerza física, en la velocidad, y en los demás aspectos relacionados con el 'equipo' disponible para los individuos. Por eso se han desarrollado 'extensiones': aparatos para medir con mucha más precisión que 'a simple vista', conceptos para evaluar superficies y volúmenes a partir de una determinada perspectiva de observación, vehículos, palancas, memorias en papel y otros medios, calculadoras, y cuanta cosa a

---

[8] Para diversas síntesis de esta tradición intelectual puede verse Jesús Mosterín, *Racionalidad y acción humana* (Alianza, 1978), la compilación de Oscar Nudler *La racionalidad: Su poder y sus límites* (Paidos, 1996), y los ensayos de Mario Bunge *Racionalidad y realismo* (Alianza, 1985) y *Intuición y razón* (Tecnos, 1986)

[9] Un experimento sociológico de R. Shweder realizado en 1977 acerca de probabilidad y pensamiento mágico en los juicios fue el origen de un desarrollo teórico de Raymond Boudon acerca del mecanismo cognitivo de autopersuasión. "Una idea [dudosa o falsa] fundada sobre una argumentación válida tiene más posibilidad de imponerse que una idea no fundada o mal fundada". El título del libro es claro en este sentido: *L'Art de se persuader des idées douteuses, fragiles ou fausses* (el arte de persuadirse de ideas dudosas, frágiles o falsas).

[10] Hay versión en español de los tres: *Ulises y las sirenas. Estudios sobre racionalidad e irracionalidad* (de la edición revisada de 1984, Fondo de Cultura Económica, 1989), *Uvas amargas. Estudios sobre subversión de la racionalidad* (Península, 1988) [es una traducción no muy buena, empezando por el título; en español la expresión de la fábula del zorro alude a 'uvas verdes'], y *Juicios salomónicos. Las limitaciones de la racionalidad como principio de decisión* (Gedisa, 1991)

[11] Y que es un elemento importante en las enseñanzas de Buda (hace 2.500 años). Enseñanzas que son contemporáneas con, por ejemplo, Eurípides, quien plantea las facetas del mal; específicamente, el mal originado en la amathia está dramatizado en su tragedia Las bacantes.

alguien se le ocurra. Y también procedimientos para analizar y decidir, en contextos individuales y organizacionales.

Una teoría del juicio y de la decisión no es sólo el reconocimiento de las consecuencias de las limitaciones 'naturales'. También debe dar un lugar a las 'extensiones' utilizables por los 'decididores' para reflexionar acerca de sus preferencias y realizar sus evaluaciones. Reconocer las limitaciones es parte del ciclo de aprendizaje y autoconocimiento, proceso que la misma teoría debe incluir en su explicación del comportamiento.

La teoría de perspectivas, como parte de la psicología cognitiva, se refiere principalmente al primer conjunto de aspectos: el reconocimiento de las decisiones como un proceso influido por la percepción, la memoria, las emociones, las actitudes, y los conceptos internalizados ('modelos mentales').

Se ocupa, muy provechosamente por cierto, de los juicios intuitivos para las decisiones; éstos son razonamientos 'por la vía rápida', que saltan etapas. Mario Bunge (en *Intuición y razón*) explica que uno de los sentidos que se da a 'intuición' es como valoración, haciendo referencia al discernimiento (insight) o frónesis. Esta es la "habilidad para juzgar correcta y rápidamente acerca de la importancia y los méritos de un problema, la verosimilitud de una teoría, la practicabilidad y confiabilidad de una técnica, o la conveniencia de un acto". "Funciona al modo de las musas de la antigüedad: parecería que nos soplara al oído cuál de las alternativas es la más 'razonable' o la más viable. Es claro que no hay musa para oído sordo." "No es una facultad común a toda la especie humana, ni es tampoco una característica innata de unos pocos privilegiados, sino que es producto de la herencia, la observación, el aprendizaje, el pensamiento y la valoración". "El precio que pagamos por la frónesis es una larga serie de fracasos"; podría decirse que es "la sabiduría que constituye nuestra compensación por los fracasos", y que "nunca aparece con prescindencia de la experiencia y de la razón".

Galería



Daniel Bernoulli



Jacob Marschak



Leonard Savage



Paul Samuelson



Maurice Allais



Maurice Allais



Herbert Simon



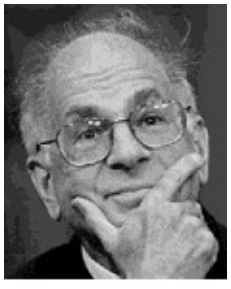
Herbert Simon



Daniel Kahneman



Amos Tversky



Daniel Kahneman



Amos Tversky



SOCIEDAD ARGENTINA DOCENTES EN ADMINISTRACION FINANCIERA

TEORIA DE PERSPECTIVAS:
Un análisis de la decisión en condiciones de riesgo

Daniel Kahneman
Amos Tversky

Prospect theory: An analysis of decision under risk
Econometrica, 1979, v.47, págs 263/291

Traducción: Ricardo A. Fornero
Traducción realizada sólo para fines de estudio en la Facultad de Ciencias Económicas (Universidad Nacional de Cuyo)

Marzo 1992

TEORIA DE PERSPECTIVAS: Un análisis de la decisión en condiciones de riesgo

Daniel Kahneman
University of British Columbia

Amos Tversky
Stanford University

1. INTRODUCCION

La teoría de la utilidad esperada ha dominado el análisis de la toma de decisiones en condiciones de riesgo. Generalmente se acepta como un modelo normativo de la elección racional (Keeney and Raiffa 1976), aunque se aplica como un modelo descriptivo de la conducta económica (Friedman and Savage 1948; Barnes and Reinmuth 1976). Entonces, se supone que la gente razonable desearía cumplir los axiomas de la teoría (Von Neumann and Morgenstern 1944; Savage 1954), y que la mayoría realmente lo hace, la mayor parte del tiempo.

Este ensayo describe algunas clases de problemas de elección en las cuales las preferencias sistemáticamente vulneran los axiomas de la teoría de la utilidad esperada. A la luz de estas observaciones concluimos que esa teoría, tal como se interpreta y aplica habitualmente, no es un modelo descriptivo adecuado. Y proponemos una explicación alternativa de la elección en condiciones de riesgo.

2. CRITICA

La toma de decisiones en condiciones de riesgo puede verse como una elección entre perspectivas o juegos. Una perspectiva $(x_1, p_1; ...; x_n, p_n)$ es un trato que proporciona x_i con probabilidad p_i, donde $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$. Para simplificar la notación omitiremos los resultados nulos, utilizando (x,p) para denotar la perspectiva $(x, p; 0, 1-p)$ de ganar *x* con probabilidad p y 0 con probabilidad $1-p$. La perspectiva (sin riesgo) de ganar *x* con certeza se indica (x). La discusión se restringe a las perspectivas con las llamadas probabilidades objetivas o estándar.

La aplicación de la teoría de la utilidad esperada a las elecciones entre perspectivas se basa en los siguientes tres principios:

(1) *Expectativa*: $U(x_1, p_1; ...; x_n, p_n) = p_1\, u(x_1) + ... + p_n\, u(x_n)$
Es decir, la utilidad de una perspectiva, indicada como U, es la utilidad esperada de sus resultados.

(2) *Integración de activos*: $(x_1, p_1; ...; x_n, p_n)$ es una posición de activos *w* aceptable si y sólo si $U(w + x_1, p_1; ...; w + x_n, p_n) > u(w)$.

> Es decir, una perspectiva es aceptable si la utilidad resultante de la integración de la perspectiva con los activos del decididor excede la utilidad de esos activos solos. Entonces, el dominio de la función de utilidad son los estados finales (que incluyen la posición de activos del decididor) más que ganancias o pérdidas.

Mientras el dominio de la función de utilidad no está limitado a una clase particular de consecuencias, las principales aplicaciones de la teoría han estado referidas a resultados monetarios. Además, la mayoría de las aplicaciones económicas introduce el siguiente supuesto adicional:

> (3) *Aversión al riesgo*: *u* es cóncava ($u'' < 0$)
> Una persona es adversa al riesgo si prefiere cierta perspectiva sin riesgo (x) a cualquier perspectiva riesgosa con valor esperado de x. En la teoría de la utilidad esperada la aversión al riesgo es equivalente a la concavidad de la función de utilidad. El predominio de la aversión al riesgo es, quizá, la generalización más conocida acerca de las elecciones con riesgo. Llevó a los primeros teóricos de la decisión del siglo XIX a proponer que la utilidad es una función cóncava con respecto al resultado monetario; y esta idea se ha mantenido en el tratamiento moderno (Pratt 1964; Arrow 1971).

En las secciones siguientes mostraremos varios fenómenos en los cuales se vulneran estos principios de la teoría de la utilidad esperada. Las demostraciones se basan en respuestas de estudiantes a problemas de elección hipotéticos. Los participantes fueron enfrentados con problemas del tipo que se ilustra a continuación.

> ¿Qué prefiere?
> A: la posibilidad (chance) de 50% de ganar 1.000 y de 50% de ganar 0
> B: 450 seguros

Los resultados se refieren a moneda israelí. Para apreciar el significado de los montos involucrados se puede indicar que el ingreso medio neto de una familia es de alrededor de 3.000 libras israelíes.

Los participantes fueron instruidos en imaginar que estaban realmente enfrentados a la elección descripta en el problema, y que en función de esto indicaran la decisión que tomarían en cada caso. Las respuestas fueron anónimas; las instrucciones especificaban que no había una respuesta 'correcta' a esos problemas, y que la finalidad del estudio era establecer cómo elige la gente entre perspectivas con riesgo.

Los problemas se presentaron con forma de cuestionarios, con una docena de problemas por conjunto. Se hicieron varias formas de cada cuestionario, para que los sujetos fueran expuestos a los problemas en diferentes órdenes. Además, se utilizaron dos versiones de cada problema, invirtiendo las posiciones izquierda y derecha de cada perspectiva.

Los problemas que se describen en este ensayo son selecciones que ilustran una serie de efectos. Cada efecto se observó en diversos problemas con diferentes resultados y probabilidades. Algunos de los problemas también han sido presentados a grupos de estudiantes de la University of Stockholm y de la University of Michigan. La forma de los resultados fue esencialmente idéntica a la de los obtenidos con los sujetos israelíes.

La utilización de elecciones hipotéticas hace aparecer cuestiones obvias referidas a la validez del método y a la posibilidad de generalizar los resultados. Somos conscientes de estos problemas. Sin embargo, todos los otros métodos que pueden utilizarse para probar la teoría de la utilidad también tienen severas desventajas. Las elecciones reales pueden investigarse empíricamente, por medio de observaciones naturales o estadísticas de la conducta económica, o en el laboratorio.

Los estudios de campo sólo pueden proporcionar poco más que pruebas burdas de predicciones cualitativas, porque las probabilidades y la utilidad no pueden medirse adecuadamente en esos contextos. Los experimentos de laboratorio se han diseñado para obtener medidas precisas de utilidad y probabilidad para elecciones reales, pero tales estudios experimentales habitualmente involucran juegos proyectados para campos pequeños de interés y un gran número de repeticiones de problemas muy similares. Estas características de las pruebas de laboratorio complican la interpretación de los resultados y restringen su generalidad.

Por defecto, el método de elecciones hipotéticas surge como el procedimiento más simple para investigar un gran número de cuestiones teóricas. El uso del método descansa en el supuesto de que la gente suele saber cómo se comportaría en situaciones reales de elección; y sobre el supuesto adicional de que los sujetos no tienen una razón especial para ocultar sus verdaderas preferencias. Si la gente está razonablemente segura en la predicción de sus elecciones, la existencia de violaciones comunes y sistemáticas de la teoría de la utilidad esperada en problemas hipotéticos proporciona una evidencia importante contra esa teoría.

2.1 Certidumbre, probabilidad y posibilidad

En la teoría de la utilidad esperada la utilidad de los resultados se pondera por la probabilidad de éstos. Esta sección describe una serie de problemas de elección en los cuales las preferencias de la gente invalidan sistemáticamente este principio. Primero veremos que la gente sobrepondera los resultados que considera ciertos, con respecto a aquellos que son meramente probables, un fenómeno que denominamos el *efecto certidumbre*.

El contraejemplo más conocido a la teoría de la utilidad esperada que muestra el efecto certidumbre fue presentado por el economista francés Maurice Allais en 1953. Este ejemplo ha sido discutido por diversos autores, desde los puntos de vista normativo y descriptivo (MacCrimmon and Larsson; Slovic and Tversky 1974).

Los siguientes dos pares de problemas son una variación del ejemplo de Allais, que difieren del original en que se refieren a ganancias moderadas en vez de extremadamente grandes. La cantidad de participantes que respondió cada problema se denota N, y el porcentaje que eligió cada alternativa se indica entre paréntesis.

PROBLEMA 1 Elegir entre

A:	2.500	con probabilidad 0,33	B:	2.400	con certeza
	2.400	con probabilidad 0,66			
	0	con probabilidad 0,01			
N = 72		(18)			(82)*

PROBLEMA 2 Elegir entre

C:	2.500	con probabilidad 0,33	D:	2.400	con probabilidad 0,34
	0	con probabilidad 0,67		0	con probabilidad 0,66
N = 72		(83)*			(17)

Los datos muestran que 82% de los sujetos elige B en el Problema 1 y 83% elige C en el problema 2. Cada una de estas preferencias es significativa a nivel de 0,01, como se indica con el asterisco. Más aún, el análisis del patrón individual de elección muestra que la mayoría (61%) de los participantes toma la elección modal en ambos problemas. Este patrón de preferencias invalida la teoría de la utilidad esperada en la forma originalmente descripta por Allais.

Según esta teoría, con u(0) = 0, la primera preferencia implica

$$u(2.400) > 0{,}33\ u(2.500) + 0{,}66\ u(2.400)$$

ó

$$0{,}34\ u(2.400) > 0{,}33\ u(2.500)$$

mientras que la segunda preferencia implica la desigualdad inversa. Notemos que el Problema 2 se obtiene a partir del Problema 1, eliminando un 0,66 de posibilidad de ganar 2.400 para las dos perspectivas consideradas. Evidentemente este cambio produce una reducción de deseabilidad más grande cuando altera el carácter de una perspectiva de ganancia segura a una probable, que cuando ambas son inciertas.

Veamos una demostración más simple del mismo fenómeno, utilizando apuestas de sólo dos resultados, con problemas también basados en Allais.

PROBLEMA 3

A:	(4.000, 0,80)	B:	(3.000)
N = 95	(20)		(80)*

PROBLEMA 4

A:	(4.000, 0,20)	B:	(3.000, 0,25)
N = 95	(65)*		(35)

En este par de problemas, así como en otros de esta sección, más de la mitad de los participantes no se comporta según la teoría de la utilidad esperada. Para mostrar que el patrón modal de preferencias en los Problemas 3 y 4 no es compatible con la teoría tengamos presente que u(0) = 0, y que la elección de B implica que u(3.000) / u(4.000) > 4/5, mientras que la elección de C implica la desigualdad inversa. La perspectiva C = (4.000, 0,20) puede expresarse como (A, 0,25), mientras que la perspectiva D = (3.000, 0,25) puede escribirse como (B, 0,25).

El axioma de sustitución de la teoría de la utilidad afirma que si B se prefiere a A, entonces cualquier combinación probabilística (B, p) debe preferirse a la combinación (A, p). Nuestros sujetos no cumplen este axioma. Aparentemente la reducción de 1,0 a 0,25 de la probabilidad de ganar tiene un efecto mayor que la reducción de 0,8 a 0,2. El siguiente par de problemas ilustra el efecto certidumbre con resultados no monetarios.

PROBLEMA 5

A:	Una posibilidad de 50% de ganar un viaje de 3 semanas a Gran Bretaña, Francia e Italia	B:	Un viaje de una semana a Gran Bretaña
N = 72	(22)		(78)*

PROBLEMA 6

C:	Una posibilidad de 50% de ganar un viaje de 3 semanas a Gran Bretaña, Francia e Italia	D:	Una posibilidad de 10% de ganar un viaje de una semana a Gran Bretaña
N = 72	(67)*		(33)

El efecto certidumbre no es el único tipo de violación del axioma de sustitución. Otra situación en que el mismo no es válido se ilustra en los siguientes problemas.

PROBLEMA 7

A: (6.000, 0,45) B: (3.000, 0,90)

N = 66 (14) (86)*

PROBLEMA 8

A: (6.000, 0,001) B: (3.000, 0,002)

N = 66 (73)* (27)

Vemos que en el Problema 7 las probabilidades de ganar son sustanciales (0,9 y 0,45), y la mayoría elige la perspectiva donde la ganancia es más probable. En el Problema 8 hay sólo *posibilidad* de ganar, mientras que las probabilidades de ganar son minúsculas (0,002 y 0,001) en ambas perspectivas. En esta situación, donde la ganancia es posible pero no probable, la mayoría elige la perspectiva que ofrece la ganancia más grande. MacCrimmon and Larsson informan resultados similares.

Los problemas anteriores ilustran actitudes comunes hacia el riesgo que no pueden ser explicadas por el modelo de la utilidad esperada. Los resultados sugieren la siguiente generalización empírica referida a la forma en que no se cumple el axioma de sustitución: Si (y, pq) es equivalente a (x, p), entonces (y, pqr) se prefiere a (x, pr), $0 < p,q, r < 1$. Esta propiedad se incorpora en una teoría alternativa que se desarrolla en la segunda parte de este ensayo.

2.2 El efecto reflejo

La sección anterior discute preferencias entre perspectivas positivas, es decir, que no involucran pérdidas. ¿Qué ocurre cuando se invierten los signos de los resultados, de modo que las ganancias se reemplazan por pérdidas? La columna izquierda del cuadro 1 muestra cuatro problemas de elección presentados en la sección anterior; la columna derecha muestra esos problemas cuando se invierten los signos de los resultados. Utilizamos '–x' para denotar pérdida de x, y '>' para indicar la preferencia que prevalece, es decir, la elección que hizo la mayoría de los sujetos.

Cuadro 1. Preferencias entre perspectivas positivas y negativas

Perspectivas positivas			*Perspectivas negativas*		
Problema 3	(4.000, 0,80)	< (3.000)	Problema 3'	(–4.000, 0,80)	> (–3.000)
N = 95	(20)	(80)*	N = 95	(92)*	(8)
Problema 4	(4.000, 0,20)	> (3.000, 0,25)	Problema 4'	(–4.000, 0,20)	< (–3.000, 0,25)
N = 95	(65)*	(35)	N = 95	(42)	(58)*
Problema 7	(3.000, 0,90)	> (6.000, 0,45)	Problema 7'	(–3.000, 0,90)	< (–6.000, 0,45)
N = 66	(86)*	(14)	N = 66	(8)	(92)*
Problema 8	(3.000, 0,002)	< (6.000, 0,001)	Problema 8'	(–3.000, 0,002)	> (–6.000, 0,001)
N = 66	(27)	(73)*	N = 66	(70)*	(30)

En cada uno de los cuatro problemas la preferencia entre perspectivas negativas es la imagen especular de la preferencia entre perspectivas positivas. Entonces, al reflejar las perspectivas en torno a 0 se invierte el orden de preferencia. Denominamos el *efecto reflejo* a este patrón de elección.

Veamos ahora las consecuencias de estos datos. Primero, cabe advertir que el efecto reflejo implica que la aversión al riesgo en el dominio positivo está acompañada por la búsqueda de riesgo en el dominio negativo. En el Problema 3, por ejemplo, la mayoría de los sujetos estuvo dispuesta a aceptar un riesgo de 0,80 de perder 4.000, frente a una pérdida segura de 3.000, si bien tiene un valor esperado más bajo.

La existencia de la búsqueda de riesgo en elecciones entre perspectivas negativas fue advertida hace mucho por Markowitz (1952). Williams (1966) proporciona datos donde un movimiento de los resultados produce un cambio dramático desde la aversión al riesgo a la búsqueda de riesgo.

Por ejemplo, sus sujetos fueron indiferentes entre (100, 0,65; –100, 0,35) y (0), lo que indica aversión al riesgo. Pero fueron también indiferentes entre (–200, 0,8) y (–100), que indica búsqueda de riesgo. Una revisión reciente de Fishburn and Kochenberger (1979) documenta el predominio de la búsqueda de riesgo en las elecciones entre perspectivas negativas.

Segundo, recordemos que las preferencias entre perspectivas positivas en el cuadro 1 son inconsistentes con la teoría de la utilidad esperada. Las preferencias entre las correspondientes perspectivas negativas también invalidan el principio de expectativa. Por ejemplo, los Problemas 3’ y 4’, como los Problemas 3 y 4, demuestran que los resultados ciertos son sobreponderados con respecto a los resultados inciertos. En el dominio positivo, el efecto certidumbre contribuye a una preferencia adversa al riesgo para una ganancia segura, sobre una ganancia más grande meramente probable. En el dominio negativo el mismo efecto lleva a una preferencia de búsqueda de riesgo para una pérdida que es meramente probable, sobre una pérdida más pequeña con certeza. El mismo principio psicológico, la sobreponderación de la certidumbre, lleva a conductas adversas al riesgo en el dominio de ganancias y buscadoras de riesgo en el dominio de las pérdidas.

Tercero, el efecto reflejo elimina la aversión por la incertidumbre o la variabilidad como una explicación del efecto certidumbre. Consideremos, por ejemplo, la preferencia predominante por (3.000) sobre (4.000, 0,80) y por (4.000, 0,20) sobre (3.000, 0,25). Para resolver esta inconsistencia aparente uno podría invocar el supuesto de que la gente prefiere perspectivas con alto valor esperado y pequeña variancia (ver, por ejemplo, Allais 1953; Markowitz 1959; Tobin 1958). Puesto que (3.000) no tiene variancia y (4.000, 0,80) tiene una variancia grande, se podría elegir la primera perspectiva a pesar de su menor valor esperado. Cuando se reducen las perspectivas, sin embargo, la diferencia en variancia entre (3.000, 0,25) y (4.000, 0,20) puede ser insuficiente para sobrepasar la diferencia en valor esperado.

Como (–3.000) tiene valor esperado más alto y variancia más baja que (–4.000, 0,80), este argumento nos lleva a que se prefiera la pérdida segura, lo cual es contrario a los datos. Entonces, estos datos son incompatibles con la noción de que la certidumbre es deseable de modo general. Más bien parece que la certidumbre aumenta tanto la indeseabilidad de (adversibilidad a) las pérdidas como la deseabilidad de las ganancias.

2.3 Seguro probabilístico

El predominio de las compras de seguros contra pérdidas grandes y pequeñas ha sido mencionado por algunos como una evidencia de la concavidad de la función de utilidad del dinero. De otro modo, ¿por qué la gente gasta tanto dinero en seguros, a un precio que excede el costo actuarial esperado?

Sin embargo, un examen del atractivo relativo de varias formas de seguro no apoya la noción de que la función de utilidad del dinero es homogéneamente cóncava. Por ejemplo, la gente a veces prefiere pólizas de seguro que proporcionan una cobertura limitada con franquicia pequeña o nula, sobre ofertas comparables que proporcionan cobertura máxima con altas franquicias, lo cual es contrario a la aversión al riesgo (ver por ejemplo, Fuchs, 1976). Otro tipo de problemas de seguros en los cuales las respuestas de la gente son inconsistentes con la hipótesis de concavidad puede denominarse seguro probabilístico. Para ilustrar este concepto

consideremos el siguiente problema, que fue presentado a 95 estudiantes de la Stanford University.

PROBLEMA 9

Suponga que usted considera la posibilidad de asegurar su propiedad contra un daño, por ejemplo, fuego o robo. Después de examinar los riesgos y las primas usted advierte que no tiene una preferencia clara entre las alternativas de asegurar su propiedad o no hacerlo.

Es entonces cuando llama su atención el hecho de que la compañía de seguros ofrece una nueva póliza denominada seguro probabilístico. En este seguro usted paga la mitad de la prima normal. En caso de daño, hay un 50% de posibilidad de que usted pague la otra mitad de la prima y la compañía cubra la pérdida total; y un 50% de posibilidad de que usted pierda su seguro y soporte toda la pérdida. Por ejemplo, si ocurre un accidente un día par del mes usted paga la otra mitad de la prima normal y su pérdida está cubierta; pero si el accidente ocurre un día impar del mes su pago de seguro es anulado, y no se cubren sus pérdidas.

Recuerde que la prima para la cobertura completa es tal que usted piensa que el seguro apenas vale más que su costo.

En estas circunstancias, ¿contrataría usted un seguro probabilístico?

	Sí	No
N = 72	(20)	(80)*

Si bien el Problema 9 puede parecer inventado, es importante advertir que el seguro probabilístico representa algunas formas de acciones protectoras por las que uno acepta cierto costo para reducir la probabilidad de un acontecimiento indeseable, sin eliminarlo totalmente. La instalación de una alarma contra ladrones, el reemplazo de los neumáticos viejos, y la decisión de dejar de fumar pueden verse como seguro probabilístico.

Las respuestas al Problema 9 y a diversas variantes de la misma cuestión indican que el seguro probabilístico no suele ser atractivo. Aparentemente, reducir la probabilidad de una pérdida de p a p/2 es menos valioso que reducir la probabilidad de esa pérdida de p/2 a 0.

En contraste con estos datos, la teoría de la utilidad esperada (con una *u* cóncava) implica que el seguro probabilístico es mejor que el seguro normal. Esto es, si en una posición de activos *w* uno está dispuesto a pagar *y* como prima para asegurar contra la probabilidad *p* de perder *x*, entonces uno estaría dispuesto a pagar una prima más pequeña *ry* para reducir la probabilidad de perder *x* de *p* a $(1-r)p$, con $0 < r < 1$.

Formalmente, si uno es indiferente entre $(w-x, p; w, 1-p)$ y $(w-y)$, entonces debería preferir un seguro probabilístico $(w-x, (1-r)p; w-y, rp; w-ry, 1-p)$ sobre el seguro normal $(w-y)$.

Para probar esta proposición mostramos que

$$p\,u(w-x)+(1-p)\,u(w) = u(w-y)$$

implica

$$(1-r)p\;u(w-x)+rp\;u(w-y)+(1-p)\,u(w-ry) > u(w-y).$$

Sin perder generalidad podemos hacer $u(w-x)=0$, y u(w) = 1. De ahí, $u(w-y)=1-p$, y podemos mostrar que

$$rp(1-p) + (1-p)\,u(w-ry) > 1-p \qquad \text{ó} \qquad u(w-ry) > 1-rp$$

que se cumple si y sólo si *u* es cóncava.

Esto es una consecuencia complicada de la hipótesis de aversión al riesgo de la teoría de la utilidad, porque el seguro probabilístico aparece intuitivamente más riesgoso que el seguro normal, que elimina totalmente el elemento de riesgo. Evidentemente, la noción intuitiva de riesgo no está reflejada de un modo adecuado por la concavidad de la función de utilidad de la riqueza que se supone.

La aversión al seguro probabilístico es particularmente intrigante porque todo seguro es, en cierto sentido, probabilístico. El más ávido comprador de seguros permanece vulnerable a algún riesgo financiero o de otra índole que sus pólizas no cubren. Parece haber una diferencia significativa entre el seguro probabilístico y aquel que puede denominarse *seguro contingente*, que proporciona certidumbre de cobertura para un tipo especificado de riesgo.

Comparemos, por ejemplo, el seguro probabilístico contra todas las formas de pérdida o daño del contenido de su casa, y el seguro contingente que elimina todos los riesgos de pérdida por, digamos, robo, pero no cubre otro riesgo, por ejemplo, incendio. Pensamos que el seguro contingente será más atractivo que el seguro probabilístico cuando las probabilidades de pérdidas no protegidas son iguales. Entonces, dos perspectivas que son equivalentes en probabilidad y resultados pueden tener diferentes valores según cómo sean formuladas. En la siguiente sección se describen diversas demostraciones de este fenómeno general.

2.4 El efecto aislamiento

Para simplificar la elección entre alternativas la gente a veces deja de lado los componentes comunes a las alternativas, y enfoca los componentes que son distintos (Tversky 1972). Este enfoque de los problemas de elección puede producir preferencias inconsistentes, porque un par de perspectivas puede descomponerse en componentes comunes y distintivos en más de una forma, y descomposiciones diferentes a veces llevan a preferencias diferentes. Nos referiremos a este fenómeno como el *efecto aislamiento*.

PROBLEMA 10

Considere el siguiente juego en dos etapas. En la primera hay una probabilidad de 0,75 de terminar el juego sin ganar nada, y una probabilidad de 0,25 de ir a la segunda etapa. Si usted llega a la segunda etapa tiene una elección entre (4000, 0,80) y (3.000).

Debe hacer su elección antes de comenzar el juego, es decir, antes de conocer el resultado de la primera etapa.

Vemos que en este juego uno tiene una elección entre una posibilidad de 0,25 x 0,8 = 0,20 de ganar 4.000, y una posibilidad de 0,25 x 1,0 = 0,25 de ganar 3.000. Entonces, en términos de resultados finales y probabilidades se enfrenta una elección entre (4.000, 0,20) y (3.000, 0,25), como en el problema 4 anterior. Sin embargo, las preferencias dominantes son distintas en los dos problemas. De 141 sujetos que respondieron el Problema 10, 78% eligió la última perspectiva, de forma contraria a la preferencia modal en el Problema 4. Evidentemente, la gente ignora la primera etapa del juego, cuyos resultados son compartidos por las dos perspectivas, y considera al Problema 10 como una elección entre (3.000) y (4.000, 0,80), como en el Problema 3 anterior.

Las formulaciones estándar y secuencial del Problema 4 se muestran en los árboles de decisiones de las figuras 1 y 2. Con la convención habitual, los cuadrados indican puntos de decisión y los círculos puntos de probabilidad. La diferencia esencial entre las dos representaciones está en la ubicación del punto de decisión.

En la forma estándar (Figura 1) el decididor enfrenta una elección entre dos perspectivas con riesgo, mientras que en la forma secuencial (Figura 2) enfrenta una elección entre una perspectiva con riesgo y una sin riesgo. Esto se obtiene introduciendo una dependencia entre las perspectivas, sin cambiar ni las probabilidades ni los resultados. Específicamente, el acontecimiento ‘no ganar 3.000’ está incluido en el acontecimiento ‘no ganar 4.000’ en la formulación secuencial, mientras que los dos acontecimientos son independientes en la formulación estándar. Entonces, el resultado de ganar 3.000 tiene una ventaja de certidumbre en la formulación secuencial, y no en la formulación estándar.

Figura 1. Representación del Problema 4 (forma estándar)

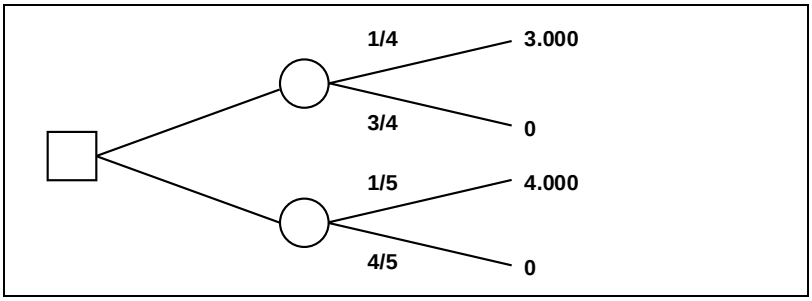
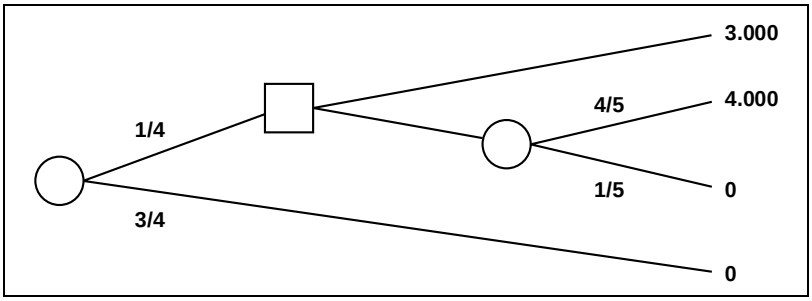


Figura 2. Representación del Problema 4 (forma secuencial)



La inversión de preferencias por la dependencia entre acontecimientos es particularmente significativa porque vulnera el supuesto básico del análisis teórico de decisión, de que la elección entre perspectivas está determinada únicamente por las probabilidades de los estados finales.

Es fácil pensar en problemas de decisión que se representan con más naturalidad en una de las formas anteriores que en la otra. Por ejemplo la elección entre dos negocios con riesgo probablemente se vea en la forma estándar. Por su parte, el siguiente problema probablemente se represente en la forma secuencial. Uno puede destinar dinero a un negocio con alguna probabilidad de perder el capital si fracasa, y con una elección entre un rendimiento fijo y un porcentaje de las ganancias, si tiene éxito. El efecto aislamiento implica que la certidumbre contingente del rendimiento fijo aumenta el atractivo de esta alternativa, con respecto al negocio con riesgo que tiene las mismas probabilidades y resultados.

El problema anterior muestra cómo las preferencias pueden cambiar por representaciones diferentes de las probabilidades. Mostraremos cómo las elecciones también pueden cambiar al hacerlo la representación de los resultados.

Consideremos los problemas siguientes, que fueron presentados a dos diferentes grupos de sujetos.

PROBLEMA 11

Además de lo que usted ya tiene ha recibido 1.000. Debe elegir ahora entre:

A: (1.000, 0,5) B: (500)

N = 70 (16) (84)*

PROBLEMA 12

Además de lo que usted ya tiene ha recibido 2.000. Debe elegir ahora entre:

C: (–1.000, 0,5) D: (–500)

N = 68 (69)* (31)

La mayoría de los sujetos elige B en el primer problema y C en el segundo. Estas preferencias son acordes al efecto reflejo observado en cuadro 1. Sin embargo, podemos advertir que, cuando se miran en términos de estados finales, los dos problemas de elección son idénticos. Específicamente

$$A = (2.000, 0{,}5; 1.000, 0{,}5) = C \qquad y \qquad B = (1.500) = D$$

De hecho, el Problema 12 se obtiene agregando 1.000 al regalo inicial del Problema 11, y restando 1.000 de los resultados. Evidentemente, los sujetos no integran el regalo con sus perspectivas. El regalo no entra en la comparación de perspectivas porque es común a las dos alternativas en cada problema.

El patrón de los resultados observados en los Problemas 11 y 12 es claramente inconsistente con la teoría de la utilidad. En esta teoría, por ejemplo, se asigna la misma utilidad a una riqueza de $ 100.000, sin importar si fue obtenida a partir de una riqueza anterior de $ 95.000 o $ 105.000. Consecuentemente, la elección entre una riqueza total de $ 100.000 y posibilidades iguales de ganar $ 95.000 o $ 105.000 serían independientes de si uno posee el monto más grande o el más pequeño.

Con el supuesto adicional de aversión al riesgo, la teoría asegura que la certidumbre de poseer $ 100.000 siempre se preferirá al juego. Sin embargo, las respuestas al Problema 12 y a las diversas cuestiones previas sugieren que este patrón se obtiene si los individuos poseen el monto más pequeño, pero no si poseen el más grande.

La aparente omisión de un regalo común a ambas alternativas en los Problemas 11 y 12 implica que los impulsores de valor o utilidad son los cambios de riqueza, más que las posiciones finales de activos que incluyen la riqueza actual. Esta conclusión es la base de una teoría alternativa de la elección en condiciones de riesgo que se describe en las secciones siguientes.

3. TEORIA

La discusión anterior analizó varios efectos empíricos que parecen invalidar la teoría de la utilidad esperada como modelo descriptivo. A continuación presentaremos un enfoque alternativo de la toma individual de decisiones en condiciones de riesgo, denominado *teoría de perspectivas* (*prospect theory*).[1]

La teoría se desarrolla con perspectivas simples con resultados monetarios y probabilidades, pero puede extenderse a otras elecciones. Distingue dos fases en el proceso de elección: una fase inicial de reconocimiento (*editing*) y otra subsiguiente de evaluación (*evaluation*).

[1] Nota de traducción: Se ha elegido la expresión ‘teoría de perspectivas’ como el equivalente más aproximado de ‘prospect theory’, que es una expresión tal vez voluntariamente abstracta. Se utiliza ‘perspectiva’ en el sentido de algo que puede ocurrir, y también en el sentido de punto de vista acerca de ese algo. Este es el modo en que Kahneman y Tversky utilizan el término ‘prospect’; prácticamente en todo el ensayo con esa palabra describen el conjunto de resultados y probabilidades (lo que puede ocurrir); con ‘prospect theory’ evocan también el punto de vista acerca de los resultados y las probabilidades.

Podría considerarse que *prospect theory* tiene algunas características de nombre propio, y por eso debería utilizarse directamente en inglés, en vez de su equivalente.

Es oportuno señalar que con frecuencia la expresión ‘prospect theory’ se ‘traduce’ como ‘teoría prospectiva’, lo cual no es correcto porque esa palabra en español tiene el significado de exploración o predicción del futuro. Desde el ensayo de Gaston Berger de 1957, *prospectiva* se utiliza para referirse a un método para anticipar un futuro posible que es deseable (en términos de aspiración) y reflexionar acerca del presente a fin de orientar eficazmente las acciones hacia ese futuro.

3.1 Fases de reconocimiento y de evaluación[2]

La fase de reconocimiento consiste en un análisis preliminar de las perspectivas, el cual a veces agrega poco a la representación simple de las mismas. En la segunda fase se evalúan las perspectivas reconocidas y se elige la que tiene valor más alto. Presentamos un esquema de la fase de reconocimiento, y desarrollamos un modelo formal de la fase de evaluación.

La función de la fase de reconocimiento es organizar y reformular las alternativas así como simplificar la subsiguiente evaluación y elección. El reconocimiento consiste en la aplicación de diversas operaciones que transforman los resultados y las probabilidades asociadas a las perspectivas. Veamos las principales operaciones de la fase de reconocimiento.

> ***Codificación*** *(coding).* La evidencia muestra que la gente normalmente percibe los resultados como ganancias y pérdidas, más que como estados finales de riqueza o bienestar. Las ganancias y pérdidas, por supuesto, se definen con respecto a algún punto de referencia neutral. Este punto habitualmente corresponde a la posición actual de activos, y en este caso las ganancias y pérdidas coinciden con los montos reales que se reciben o pagan. Sin embargo, la ubicación del punto de referencia, y la consiguiente codificación de los resultados como ganancias o pérdidas, puede verse afectada por la formulación de las perspectivas y por las expectativas del decididor.
>
> ***Combinación*** *(combination)*. A veces las perspectivas pueden simplificarse por combinación de las probabilidades asociadas con resultados idénticos. Por ejemplo, la perspectiva (200, 0,25; 200, 0,25) se reducirá a (200, 0,5), y se evalúa de esta forma.
>
> ***Separación*** *(segregation).* Algunas perspectivas contienen un componente sin riesgo que se separa del componente con riesgo en la fase de reconocimiento. Por ejemplo, la perspectiva (300, 0,8; 200, 0,2) se descompone naturalmente en una ganancia segura de 200 y una perspectiva con riesgo (100, 0,8). De modo similar, la perspectiva (–400, 0,4; –100, 0,6) se ve realmente como una pérdida segura de 100 y una perspectiva (–300, 0,4).

Estas operaciones se aplican a cada perspectiva por separado. La siguiente se aplica a un conjunto de dos o más perspectivas.

> ***Cancelación*** *(cancellation)*. La esencia de los efectos de aislamiento descriptos es desechar los componentes que son comunes a las perspectivas ofrecidas. Entonces, nuestros participantes aparentemente ignoran la primera etapa del juego secuencial presentado en el Problema 10, porque es común a las dos alternativas, y evalúan las perspectivas con respecto a los resultados de la segunda etapa (ver Figura 3). De manera similar, no tienen en cuenta el regalo común que se suma a las perspectivas en los Problemas 11 y 12. Otro tipo de cancelación involucra la eliminación de los componentes comunes, es decir, los pares de probabilidades de los resultados. Por ejemplo, la elección entre (200, 0,2; 100, 0,5; -50, 0,3) y (200, 0,2; 150, 0,5; –100, 0,3) puede reducirse por cancelación a una elección entre (100, 0,5; –50, 0,3) y (150, 0,5; –100, 0,3).

Pueden mencionarse dos operaciones adicionales: simplificación y detección de dominancia.

---

[2] Nota de traducción: Para facilidad de lectura se ha agregado este título intermedio, así como la numeración de los otros títulos intermedios.

Simplificación *(simplification)*. La simplificación de perspectivas se produce por redondeo de probabilidades o resultados. Por ejemplo, la perspectiva (101, 0,49) suele recodificarse como un 50% de posibilidad de ganar 100. Una forma particularmente importante de simplificación involucra la eliminación de resultados extremadamente improbables.

Detección de dominancia *(detection of dominance)*. Implica la búsqueda en las perspectivas para determinar las alternativas dominadas, que se rechazan sin evaluación adicional.

Las operaciones de reconocimiento facilitan la tarea de decisión, y por esto se supone que se realizan siempre que sea posible. Sin embargo, algunas operaciones de reconocimiento permiten o impiden la aplicación de otras. Por ejemplo, (500, 0,2; 101, 0,49) parecerá que domina a (500, 0,15; 99, 0,51) si el segundo componente de ambas se simplifica a (100, 0,5).

Las perspectivas finales reconocidas podrían depender, por ello, de la secuencia de operaciones de reconocimiento, la cual es probable que varíe según la estructura del conjunto de perspectivas y el formato con que se presentan. Un estudio detallado de este problema está fuera del ámbito del tratamiento que estamos haciendo. En este ensayo discutimos los problemas de elección donde es razonable suponer, bien que la formulación original de las perspectivas no deja lugar a reconocimiento adicional, bien que las perspectivas reconocidas pueden especificarse sin ambigüedad.

El reconocimiento de perspectivas puede producir algunas anomalías de preferencia. Por ejemplo, las inconsistencias relacionadas con el efecto de aislamiento resultan de la cancelación de componentes comunes. Algunas intransitividades de elección se explican por una simplificación que elimina diferencias pequeñas entre perspectivas (ver Tversky, 1969). De modo más general, el orden de preferencia entre perspectivas no necesariamente es invariante en distintos contextos, porque la misma perspectiva podría ser reconocida de diferente modo según el contexto en que aparece.

Después de la fase de reconocimiento se supone que el decididor evalúa cada perspectiva reconocida, y elige la que tiene mayor valor. El valor de una perspectiva reconocida se denota V, y se expresa en términos de dos escalas, π y υ.

La primera escala, π, asocia con cada probabilidad *p* una ponderación de decisión (*decision weight*) $\pi(p)$[3] que refleja el impacto de *p* en el valor general de la perspectiva. Sin embargo, π no es una medida de probabilidad, y después veremos que $\pi(p)+\pi(1-p)$ normalmente es menor que uno.

La segunda escala, υ, asigna a cada resultado *x* un número $\upsilon(x)$[4] que refleja el valor subjetivo (*subjective value*) de ese resultado. Recordemos que los resultados se definen con respecto a un punto de referencia, el cual sirve como el punto cero de la escala de valor. De ahí, υ mide el valor de las desviaciones con respecto a ese punto de referencia, es decir, ganancias y pérdidas.

La formulación actual se ocupa de perspectivas simples de la forma (x, p; y, q), que tienen en general dos resultados no nulos. En tales perspectivas uno recibe *x* con probabilidad *p*, *y* con probabilidad *q*, y nada con probabilidad $1-p-q$, donde $p+q\leq 1$. Una perspectiva es estrictamente positiva si sus resultados son todos positivos, es decir, si $x,y>0$ y $p+q=1$; es estrictamente negativa si los resultados son negativos. Una perspectiva es normal si no es estrictamente positiva ni estrictamente negativa.

La ecuación básica de la teoría describe la manera en que π y υ se combinan para determinar el valor total (*over-all value*) de las perspectivas normales (*regular prospects*).

---

[3] Nota de traducción: Se lee 'pi de pe'.
[4] Nota de traducción: Se lee 'ipsilon de equis'.

Si (x, p; y, q) es una perspectiva normal (es decir, sea que $p+q<1$, o bien que $x \geq 0 \geq y$, o bien que $x \leq 0 \leq y$),

$$V(x,p;y,q) = \pi(p)\,\upsilon(x) + \pi(q)\,\upsilon(y) \qquad \textit{Ecuación 1}$$

donde $\upsilon(0)=0$; $\pi(0)=0\pi$ y $\pi(1)=1$. Como en la teoría de la utilidad, V se define para las perspectivas, mientras que υ se define para los resultados. Las dos escalas coinciden para las perspectivas seguras, donde $V(x,1,0)=V(x)=\upsilon(x)$.

La ecuación 1 generaliza la teoría de la utilidad esperada al ampliar el principio de expectativa. En el Apéndice se presenta un análisis axiomático de esta representación, describiendo las condiciones que aseguran la existencia de un único π y una escala de coeficientes υ que satisfacen la ecuación 1.

La evaluación de las perspectivas estrictamente positivas y estrictamente negativas sigue una regla diferente. En la fase de reconocimiento estas perspectivas se separan en dos componentes: (1) un componente sin riesgo, la mínima ganancia o pérdida que ciertamente se obtiene o paga; (2) un componente con riesgo, la ganancia o pérdida adicional que realmente es de interés. La evaluación de tales perspectivas se describe en la siguiente ecuación.

Si $p+q=1$ y $x>0>y$, o bien $x<0<y$, entonces

$$V(x,p;y,q) = \upsilon(y) + \pi(p)\,[\upsilon(x)-\upsilon(y)] \qquad \textit{Ecuación 2}$$

Esto es, el valor de una perspectiva estrictamente positiva o negativa es igual al valor del componente sin riesgo más el valor diferencial entre los resultados, multiplicado por la ponderación asociada al resultado extremo. Por ejemplo,

$$V(400,\ 0{,}25;\ 100,\ 0{,}75) = \upsilon(100) + \pi(0{,}25)\,[\upsilon(400)-\upsilon(100)].$$

La característica esencial de la ecuación 2 es que se aplica una ponderación de decisión al valor diferencial $\upsilon(x)-\upsilon(y)$, que representa el componente con riesgo de la perspectiva, pero no a $\upsilon(y)$, que representa el componente sin riesgo. Cabe destacar que el lado derecho de ecuación 2 es igual a $\pi(p)\,\upsilon(x)+[1-\pi(p)]\,\upsilon(y)$. De ahí, la ecuación 2 se reduce a la ecuación 1 si $\pi(p)+\pi(1-p)=1$. Como mostraremos, esta condición generalmente no se satisface.

Algunos elementos del modelo de evaluación han aparecido en intentos previos de modificar la teoría de la utilidad esperada. Markowitz (1952) fue el primero en proponer que la utilidad se define sobre ganancias y pérdidas más que sobre posiciones finales de activos, un supuesto que ha sido aceptado implícitamente en la mayoría de las medidas experimentales de utilidad (ver, por ejemplo, Davidson, Suppes and Siegel 1957; Mosteller and Nogee 1951). Markowitz (1952) también advirtió la presencia de búsqueda de riesgo en las preferencias entre perspectivas tanto positivas como negativas, y propuso una función de utilidad con regiones convexas y cóncavas en los dominios positivo y negativo. Su tratamiento, sin embargo, mantiene el principio de expectativa; de ahí que no puede resolver algunas de las violaciones de este principio (ver cuadro 1).

Edwards propuso el reemplazo de las probabilidades por ponderaciones más generales, y se investigó este modelo en varios estudios empíricos (Anderson and Shanteau 1970; Tversky 1967). Modelos similares fueron desarrollados por Fellner (1965), que introdujo el concepto de ponderación de decisión para explicar la aversión a la ambigüedad, y por van Dam, que intentó formular una escala de las ponderaciones. Para otros análisis críticos de la teoría de la utilidad esperada y modelos alternativos de elección puede verse Allais (1953); Coombs (1975); Fishburn (1977); Hansson (1975).

Las ecuaciones de la teoría de perspectivas mantienen la forma general bilineal que subyace en la teoría de la utilidad esperada. Sin embargo, a fin de incluir los efectos descriptos en la primera parte de este ensayo hemos supuesto que los valores están relacionados con los cambios más que con los estados finales, y que las ponderaciones de decisión no coinciden con las probabilidades que se establecen.

Al apartarnos de este modo de la teoría de la utilidad esperada llegamos a consecuencias normativamente inaceptables, tales como inconsistencias, intransitividades y violaciones de dominancia. El decididor corrige normalmente tales anomalías de preferencias cuando advierte que sus preferencias son inconsistentes, intransitivas o inadmisibles. En algunas situaciones, sin embargo, el decididor no tiene oportunidad de descubrir que sus preferencias pueden vulnerar las reglas de decisión que él desea cumplir. En estas circunstancias es esperable que se produzcan las anomalías implícitas en la teoría de perspectivas.

3.2 La función de valor

Una característica esencial de esta teoría es que los portadores de valor son los cambios en la riqueza o el bienestar, más que los estados finales. Este supuesto es compatible con los principios básicos de la percepción y el juicio.

Nuestro aparato perceptual está afinado para la evaluación de cambios o diferencias más que para la evaluación de magnitudes absolutas. Cuando respondemos a atributos tales como animación, ruido o temperatura, el contexto pasado y presente de la experiencia define un nivel de adaptación, o punto de referencia, y se perciben los estímulos en relación a este punto de referencia (Helson 1964). Entonces, un objeto con una temperatura dada puede experimentarse como caliente o frío al tacto según la temperatura a la que uno está adaptado. El mismo principio se aplica a atributos no sensoriales tales como salud, prestigio y riqueza. El mismo nivel de riqueza, por ejemplo, puede implicar una miseria abyecta para una persona, y una gran opulencia para otra, según sus activos actuales.

El énfasis en los cambios como portadores de valor no implica que el valor de un cambio particular sea independiente de la posición inicial. Hablando estrictamente sería una función de dos argumentos: la posición de activos, que sirve como punto de referencia, y la magnitud del cambio (positivo o negativo) a partir de este punto de referencia.

La actitud de un individuo, digamos, hacia el dinero, puede describirse como un libro, donde cada página presenta la función de valor para cambios en una posición particular de activo. Es claro que las funciones de valor descriptas en diferentes páginas no son idénticas; probablemente comiencen a ser más lineales al aumentar los activos. Sin embargo, el orden de preferencia de las perspectivas no cambia significativamente por variaciones pequeñas, y aún moderadas, en la posición de activos. El equivalente a certidumbre de una perspectiva (1.000, 0,5), por ejemplo, está entre 300 y 400 para la mayoría de la gente, en un amplio rango de posiciones de activos. En consecuencia, la representación del valor como una función con un solo argumento proporciona generalmente una aproximación satisfactoria.

Algunas dimensiones sensoriales y perceptuales comparten la propiedad de que la respuesta psicológica es una función cóncava de la magnitud del cambio físico. Por ejemplo, es más fácil discriminar entre un cambio de 3º y un cambio de 6º en la temperatura de una habitación, que entre un cambio de 13º y uno de 16º.

Proponemos que este principio se aplica en particular a la evaluación de los cambios monetarios. Entonces, la diferencia en valor entre una ganancia de 100 y una de 200 parece más grande que la diferencia entre una ganancia de 1.100 y una de 1.200. Y también, la diferencia entre una pérdida de 100 y una de 200 parece más grande que la diferencia entre una pérdida de 1.100 y una de 1.200, a menos que la pérdida más grande sea intolerable.

Entonces, nuestra hipótesis es que la función de valor para cambios de riqueza normalmente es cóncava por encima de un punto de referencia $(\upsilon''(x) < 0, \text{para } x > 0)$, y convexa por debajo de ese punto $(\upsilon''(x) > 0, \text{para } x < 0)$.

Esto es, el valor marginal de ganancias y pérdidas generalmente disminuye con su magnitud. Galanter and Pliner (1974) informan que hay cierto apoyo para esta hipótesis al establecer escalas para las magnitudes percibidas de ganancias y pérdidas monetarias y no monetarias.

La hipótesis referente a la forma de la función de valor está basada en respuestas a ganancias y pérdidas en un contexto sin riesgo. Proponemos que la función de valor que se deriva de elecciones en condiciones de riesgo comparte las mismas características, como se ilustra en los problemas siguientes.

PROBLEMA 13

	(6.000, 0,25)	ó	(4.000, 0,25; 2.000, 0,25)
N = 68	(18)		(82)*

PROBLEMA 13'

	(–6.000, 0,25)	ó	(–4.000, 0,25; –2.000, 0,25)
N = 64	(70)*		(30)

Aplicando la ecuación 1 a la preferencia modal en estos problemas se tiene

$$\pi(0{,}25)\,\upsilon(6.000) < \pi(0{,}25)\,[\upsilon(4.000) + \upsilon(2.000)]$$

y

$$\pi(0{,}25)\,\upsilon(-6.000) > \pi(0{,}25)\,[\upsilon(-4.000) + \upsilon(-2.000)]$$

De aquí, $\upsilon(6.000) < \upsilon(4.000) + \upsilon(2.000)$ y $\upsilon(-6.000) > \upsilon(-4.000) + \upsilon(-2.000)$. Estas preferencias están de acuerdo con la hipótesis de que la función de valor es cóncava para las ganancias y convexa para las pérdidas.

Cualquier discusión de la función de utilidad del dinero debe proporcionar un lugar para el efecto de circunstancias especiales sobre las preferencias. Por ejemplo, la función de utilidad de un individuo que necesita $ 60 mil para comprar una casa puede revelar un aumento excepcionalmente fuerte cerca del valor crítico.

De modo similar, la aversión de un individuo a las pérdidas puede aumentar bruscamente cerca de la pérdida que lo llevaría a vender su casa y mudarse a una zona menos deseable. Por esto, la función de valor (utilidad) que derivamos para un individuo no siempre refleja actitudes 'puras' hacia el dinero; puede estar afectada por consecuencias adicionales que se asocian con montos específicos. Estas perturbaciones pueden producir regiones convexas en la función de valor de las ganancias, y regiones cóncavas en la función de valor de las pérdidas. El último caso puede ser más común, puesto que pérdidas grandes llevan con frecuencia a cambios en el estilo de vida.

Una característica prominente de los cambios en riqueza es que las pérdidas parecen más grandes que las ganancias. La irritación que se experimenta al perder una suma de dinero parece ser más grande que el placer asociado con ganar un monto igual (Galanter and Pliner 1974). Por cierto, la mayoría de la gente advierte que apuestas simétricas de la forma (x, 0,5; –x, 0,5) tienen distinto atractivo. Más aún, la no deseabilidad de estas apuestas simétricas generalmente aumenta con la magnitud del interés. Esto es, si $x > y \geq 0$, entonces (y, 0,5; –y, 0,5) se prefiere a (x, 0,5; –x, 0,5). De acuerdo con la ecuación 1

$$\upsilon(y) + \upsilon(-y) > \upsilon(x) + \upsilon(-x) \qquad \text{y} \qquad \upsilon(-y) - \upsilon(-x) > \upsilon(x) - \upsilon(y)$$

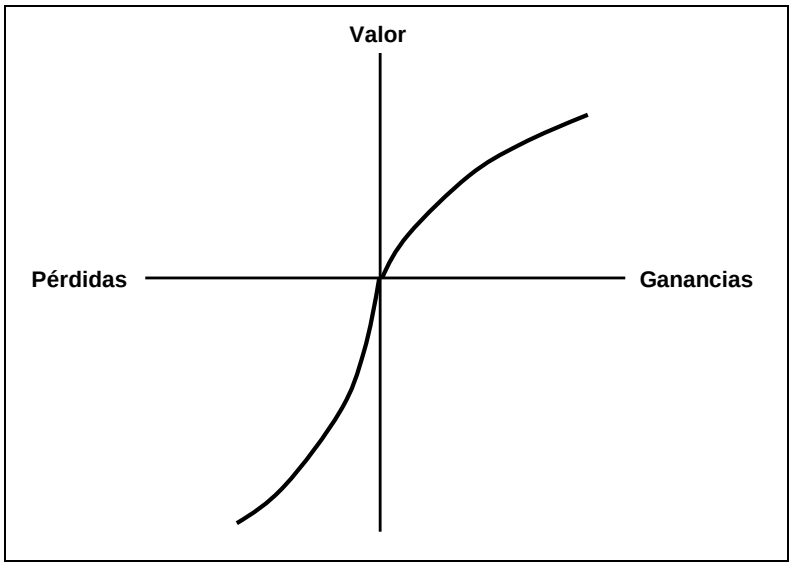
Haciendo y = 0 se tiene que $\upsilon(x) < -\upsilon(-x)$; cuando *y* se acerca a *x* se tiene $\upsilon'(x) < \upsilon'(-x)$, si existe υ', la derivada de υ. Entonces, la función de valor para las pérdidas es más empinada que la función de valor para las ganancias.

En resumen, proponemos que la función de valor

1) está definida para desviaciones a partir de un punto de referencia
2) generalmente es cóncava para las ganancias y convexa para las pérdidas
3) tiene pendiente más pronunciada para las pérdidas que para las ganancias

En la figura 3 se muestra una función de valor que satisface estas propiedades. Notemos que la forma de S de la función de valor tiene la mayor pendiente en el punto de referencia, lo cual contrasta con la función de utilidad postulada por Markowitz (1952), que es relativamente chata en esa región.

Figura 3. Una función de valor hipotética



Si bien esta teoría puede aplicarse para derivar la función de valor de las preferencias entre perspectivas, la escala real es considerablemente más complicada que en la teoría de la utilidad, debido a la introducción de ponderaciones de decisión. Por ejemplo, las ponderaciones de decisión pueden producir aversión al riesgo y búsqueda de riesgo aún con una función de valor lineal.

Aún así, es de interés advertir que las principales propiedades adscriptas a la función de valor han sido observadas en un análisis detallado de las funciones de utilidad de von Neumann-Morgenstern para cambios de riqueza (Fishburn and Kochenberger 1979). Las funciones se obtuvieron para treinta decididores en varios campos de negocios, en cinco estudios independientes (Barnes and Reinmuth 1976; Grayson 1960; Green 1963; Halter and Dean 1971; Swalm 1966). La mayoría de las funciones de utilidad de las ganancias fueron cóncavas, y convexas las de las pérdidas, y sólo tres individuos mostraron aversión al riesgo tanto para las ganancias como para las pérdidas. Con una sola excepción, las funciones de utilidad fueron considerablemente más empinadas para las pérdidas que para las ganancias.

3.3 La función de ponderación

En la teoría de perspectivas el valor de cada resultado se multiplica por una ponderación de decisión. Las ponderaciones se infieren de las elecciones entre perspectivas, tal como en el enfoque de Ramsey-Savage las probabilidades subjetivas se infieren de las preferencias. Sin embargo, las ponderaciones de decisión no son probabilidades: no cumplen los axiomas de probabilidad, y no pueden interpretarse como medidas de grado o creencia.

Consideremos un juego en el cual uno puede ganar 1.000 o nada, en función de tirar una moneda. Para cualquier persona razonable la probabilidad de ganar es 0,5. Esto puede verificarse de varias formas: mostrando que el sujeto es indiferente entre apostar a cara o ceca, o por su informe verbal de que considera equiprobables los dos acontecimientos.

Como veremos más adelante, sin embargo, la ponderación de decisión $\pi(0{,}5)$ que deriva de las elecciones suele ser más pequeña que 0,5. Las ponderaciones de decisión miden el impacto de los acontecimientos en la deseabilidad de las perspectivas, y no meramente la proba-

bilidad percibida de esos acontecimientos. Las dos escalas coinciden (es decir, $\pi(p) = p$) si se cumple el principio de expectativa, pero no siempre.

Los problemas de decisión discutidos en este ensayo fueron formulados en términos de probabilidades numéricas explícitas, y nuestro análisis supone que los participantes adoptaron los valores establecidos de *p*. Además, como los acontecimientos se identificaron sólo por sus probabilidades, es posible expresar en este contexto las ponderaciones de decisión como una función de las probabilidades establecidas. En general, sin embargo, la ponderación de decisión atribuida a un acontecimiento puede estar influida por otros factores, por ejemplo, la ambigüedad (Ellsberg 1961; Fellner 1961).

Vamos a analizar ahora las propiedades principales de la función de ponderación π, que relaciona las ponderaciones de decisión con las probabilidades establecidas. Naturalmente, π es una función creciente de *p*, con $\pi(0) = 0$ y $\pi(1) = 1$. Esto es, se ignoran los resultados contingentes de un acontecimiento imposible, y se normaliza la escala por la cual $\pi(p)$ es la tasa de ponderación asociada con la probabilidad *p*, según la ponderación asociada con un acontecimiento cierto.

Discutamos primero algunas propiedades de la función para probabilidades pequeñas. Las preferencias en los Problemas 8 y 8' sugieren que para valores pequeños de *p*, π es una función menos que aditiva de *p*, es decir, $\pi(rp) > r\,\pi(p)$, para $0 < r < 1$. Recordemos que en el Problema 8 (6.000, 0,001) se prefería a (3.000, 0,002). De ahí

$$\frac{\pi(0{,}001)}{\pi(0{,}002)} > \frac{\upsilon(3.000)}{\upsilon(6.000)} > \frac{1}{2} \text{ por la concavidad de } \upsilon.$$

Las preferencias reflejadas en el Problema 8' llevan a la misma conclusión. La forma de las preferencias en los Problemas 7 y 7', sin embargo, sugieren que la subaditividad no se cumple para valores grandes de *p*.

Además, proponemos que las probabilidades muy bajas generalmente se sobreponderan, esto es, $\pi(p) > p$ para *p* pequeño. Consideremos los siguientes problemas de elección.

PROBLEMA 14

	(5.000, 0,001)	ó	(5)
N = 72	(72)*		(28)

PROBLEMA 14'

	(–5.000, 0,001)	ó	(–5)
N = 72	(17)		(83)*

Se advierte que en el Problema 14 la gente prefiere un boleto de lotería que el valor esperado de este boleto. En el Problema 14', por su parte, prefieren una pérdida pequeña, que puede interpretarse como el pago de una prima de seguro, a una pérdida grande con una probabilidad pequeña. Markowitz informa observaciones similares.

En la teoría que planteamos la preferencia por una lotería en el Problema 14 implica que $\pi(0{,}001)\,\upsilon(5.000) > \upsilon(5)$. De ahí, $\pi(0{,}001) > \dfrac{\upsilon(5)}{\upsilon(5.000)} > 0{,}001$, suponiendo que la función de valor para las ganancias es cóncava. La disposición a pagar por un seguro, en el Problema 14', implica la misma conclusión, suponiendo que la función de valor para las pérdidas es convexa.

Es importante distinguir la sobreponderación, que se refiere a una propiedad de las ponderaciones de decisión, de la sobrestimación, que se encuentra con frecuencia en la atribución de

probabilidades a acontecimientos raros. Notemos que el tema de la sobrestimación no aparece en este contexto, donde se supone que el sujeto adopta el valor establecido de *p*. En algunas situaciones de la vida real la sobrestimación y la sobreponderación pueden actuar conjuntamente para incrementar el impacto de los acontecimientos raros.

Mientras que $\pi(p) > p$ para probabilidades bajas, hay evidencia que sugiere que, para todo $0 < p < 1$, $\pi(p) + \pi(1-p) < 1$. Denominaremos subcertidumbre a esta propiedad. Es fácilmente visible que las preferencias típicas en cualquier versión del ejemplo de Allais (ver, por ejemplo, los Problemas 1 y 2) implican subcertidumbre para el valor relevante de *p*.

Aplicando la ecuación 1 a las preferencias prevalecientes en los Problemas 1 y 2 se tiene, respectivamente,

$$\upsilon(2.400) > \pi(0{,}66)\,\upsilon(2.400) + \pi(0{,}33)\,\upsilon(2.500)$$

es decir,

$$[1-\pi(0{,}66)]\,\upsilon(2.400) > \pi(0{,}33)\,\upsilon(2.500)$$

y

$$\pi(0{,}33)\,\upsilon(2.500) > \pi(0{,}34)\,\upsilon(2.400)$$

Por esto,

$$1-\pi(0{,}66) > \pi(0{,}34), \text{ ó } 1-\pi(0{,}66) + \pi(0{,}34) < 1$$

Aplicando el mismo análisis al ejemplo original de Allais se tiene que $\pi(0{,}89) + \pi(0{,}11) < 1$, y algunos datos informados por MacCrimmon and Larsson implican subcertidumbre para valores adicionales de *p*.

La pendiente de π en el intervalo (0,1) puede verse como una medida de la sensibilidad de las preferencias a los cambios en las probabilidades. La subcertidumbre asegura que π sea regresivo con respecto a *p*, es decir, que las preferencias generalmente son menos sensibles a variaciones de probabilidad de lo que establecería el principio de expectativa.

Así, la subcertidumbre capta un elemento esencial de las actitudes de la gente con respecto a los acontecimientos inciertos, indicado por el hecho de que la suma de las ponderaciones asociadas a acontecimientos complementarios habitualmente es menor que la ponderación asociada a un acontecimiento cierto.

Recordemos que las violaciones del axioma de sustitución mencionadas antes siguen la regla: si (x,p) es equivalente a (y, pq), entonces (x, pr) no se prefiere a (y, pqr), para $0 < p, q, r \leq 1$. Por la ecuación 1,

$$\pi(p)\,\upsilon(x) = \pi(pq)\,\upsilon(y)$$

implica

$$\pi(pr)\,\upsilon(x) \leq \pi(pqr)\,\upsilon(y)$$

Por esto

$$\frac{\pi(pq)}{\pi(p)} \leq \frac{\pi(pqr)}{\pi(pr)}$$

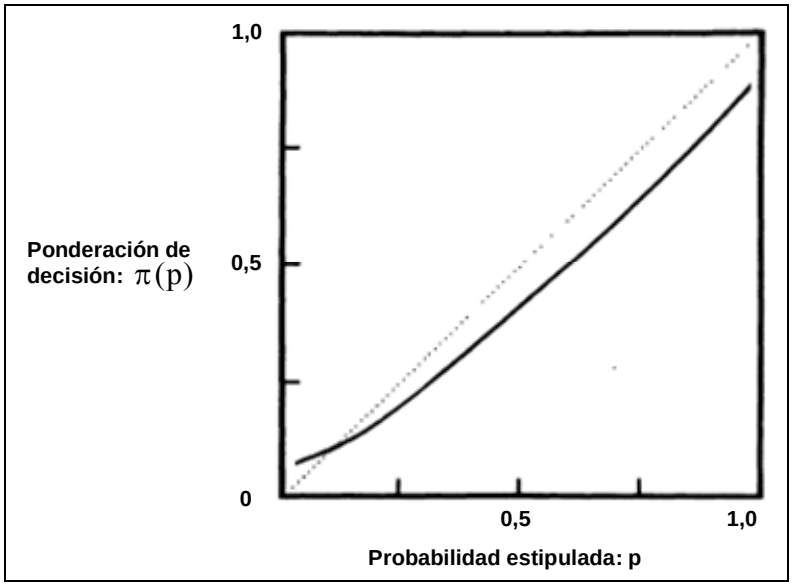
Entonces, para un coeficiente fijo de probabilidad, el coeficiente correspondiente a las ponderaciones de decisión está más cerca de la unidad cuando las probabilidades son bajas que cuando son altas. Esta propiedad de π, denominada subproporcionalidad, impone restricciones considerables sobre la forma de π: se cumple si y sólo si $\log(\pi)$ es una función convexa de $\log(p)$.

Es interesante notar que la subproporcionalidad, junto con la sobreponderación de las probabilidades bajas, implica que π es subaditiva en ese rango. Formalmente, esto se demuestra diciendo que si $\pi(p) > p$, y se cumple la subproporcionalidad, entonces $\pi(rp) > r\,\pi(p)$, para $0 < r < 1$, puesto que π es monótona y continua en (0,1).

La figura 4 presenta una función hipotética de ponderación que satisface la sobreponderación y la subaditividad para valores pequeños de *p*, así como la subcertidumbre y la subpro-

porcionalidad. Estas propiedades aseguran que π es relativamente chata en el intervalo abierto y cambia abruptamente cerca de los puntos finales donde $\pi(0) = 0$ y $\pi(1) = 1$.

Figura 4. Una función de ponderación hipotética



Los saltos bruscos o discontinuidades aparentes de π en los puntos finales son consistentes con la noción de que hay un límite a cuán pequeña puede ser la ponderación asociada a un acontecimiento, si es que puede existir alguna ponderación. Un cuanto similar de duda puede establecer un límite superior a cualquier ponderación de decisión que sea menor que la unidad.

Este efecto cuántico puede reflejar la distinción categorial entre certidumbre e incertidumbre. La simplificación de perspectivas en la fase de reconocimiento puede llevar al individuo a desechar acontecimientos con probabilidad extremadamente baja, y tratar como ciertos los acontecimientos con probabilidad muy alta. Debido a que la gente está limitada en su capacidad para comprender y evaluar probabilidades extremas, se ignoran o sobreponderan los acontecimientos altamente improbables, y también se ignora la diferencia entre probabilidad alta y certeza, o se exagera la certidumbre. En consecuencia, π no tiene un comportamiento claro cerca de los puntos finales.

El siguiente ejemplo, debido a Zeckhauser, ilustra la no linealidad hipotética de π. Supongamos que uno está obligado a jugar a la ruleta rusa, pero tiene la oportunidad de comprar la eliminación de una bala del revólver cargado. ¿Pagaría lo mismo para reducir el número de balas de cuatro a tres que para reducirlo de uno a cero? La mayoría de la gente piensa que estarían dispuestos a pagar mucho más por una reducción de la probabilidad de muerte de 1/6 a 0 que de 4/6 a 3/6. Las consideraciones económicas nos llevarían a pagar más en el último caso, donde el valor del dinero presumiblemente se reduce por la considerable probabilidad de que uno no vivirá para utilizarlo.

Una objeción obvia al supuesto de $\pi(p) \neq p$ es que implica comparaciones entre perspectivas de la forma (x,p; x,q) y (x,p'; x,q'), donde $p+q = p'+q' < 1$. Puesto que cualquier individuo seguramente estará indiferente entre las dos perspectivas, se puede argumentar que esta observación asegura $\pi(p) + \pi(q) = \pi(p') + \pi(q')$, la cual a su vez implica que π es la función identidad. Este argumento no es válido en la teoría de perspectivas, la cual supone que las probabilidades de resultados idénticos se combinan en el reconocimiento de perspectivas.

Una objeción más seria a la no linealidad de π involucra potenciales violaciones de dominancia. Supongamos que $x > y > 0$, $p > p'$, y $p+q = p'+q' < 1$. De esto, (x,p; y,q) domina a (x,p'; y,q'). Si la preferencia cumple la dominancia, entonces

$$\pi(p)\,\upsilon(x) + \pi(q)\,\upsilon(y) > \pi(p')\,\upsilon(x) + \pi(q')\,\upsilon(y)$$

ó

$$\frac{\pi(p) - \pi(p')}{\pi(q') - \pi(q)} > \frac{\upsilon(y)}{\upsilon(x)}$$

Con esto, si *y* se acerca a *x*, $\pi(p) - \pi(p')$ se acerca a $\pi(q') - \pi(q)$. Puesto que $p - p' = q' - q$, π debe ser esencialmente lineal, o se vulnera la dominancia.

En esta teoría las violaciones directas de la dominancia se previenen por el supuesto de que las alternativas dominadas se detectan y eliminan antes de la evaluación de las perspectivas. Sin embargo, la teoría permite violaciones indirectas de dominancia, como son las perspectivas triples en las que A es preferido a B, B es preferido a C, y C domina a A. Para un ejemplo ver Raiffa (1968, p.75)

Finalmente hay que advertir que este tratamiento se refiere a las decisiones más simples, en las cuales una persona elige entre dos perspectivas disponibles. No hemos tratado en detalle las tareas más complicadas (como los ofrecimientos), en las que un decididor genera una alternativa que es igual en valor a una perspectiva determinada. La asimetría entre las dos alternativas en esta situación puede introducir sesgos sistemáticos. Lichtenstein and Slovic (1971) han preparado pares de perspectivas A y B tales que la gente generalmente prefiere A sobre B, pero ofrece más por B que por A. Este fenómeno ha sido confirmado en varios estudios, con juegos hipotéticos y reales; por ejemplo, Grether and Plott (1979). Entonces, no puede suponerse en general que el orden de preferencia de las perspectivas puede mantenerse en un proceso de ofertas.

La teoría de perspectivas se propone como un modelo de elección, y la inconsistencia de oferta y elección implica que la medida de valores y ponderaciones de decisión se basa en elecciones entre perspectivas especificadas, más que en ofertas y otras tareas de producción del decididor. Esta restricción hace más difícil la determinación de υ y π, porque las tareas de producción son más convenientes para establecer escalas que las comparaciones de pares.

4. DISCUSION

En esta sección mostraremos que la teoría de perspectivas tiene en cuenta las actitudes hacia el riesgo observadas, discutiremos representaciones alternativas de los problemas de elección inducidas por cambios en los puntos de referencia, y plantearemos algunas extensiones de este tratamiento.

4.1 Actitudes frente al riesgo

De la teoría surge la figura básica de preferencias observada en el ejemplo de Allais (Problemas 1 y 2) si

$$\frac{\pi(0{,}33)}{\pi(0{,}34)} > \frac{\upsilon(2.400)}{\upsilon(2.500)} > \frac{\pi(0{,}33)}{1 - \pi(0{,}66)}$$

Por esto, la violación del axioma de independencia se atribuye en este caso a la subcertidumbre, y más específicamente a la desigualdad $\pi(0{,}34) < 1 - \pi(0{,}66)$.

Este análisis muestra que ocurrirán las situaciones de tipo Allais si el coeficiente υ de dos resultados distintos a cero está limitado por los correspondientes coeficientes π.

Los Problemas 3 a 8 comparten la misma estructura, por lo que basta considerar un par, digamos los Problemas 7 y 8. Las elecciones observadas en estos problemas surgen de la teoría si

$$\frac{\pi(0{,}001)}{\pi(0{,}002)} > \frac{\upsilon(3.000)}{\upsilon(6.000)} > \frac{\pi(0{,}45)}{\pi(0{,}90)}$$

La violación del axioma de sustitución se atribuye en este caso a la subproporcionalidad de π. De este forma se vulnera la teoría de la utilidad esperada si el coeficiente υ de los dos resultados está limitado por los respectivos coeficientes π. El mismo análisis se aplica a otras invalidaciones del axioma de sustitución, tanto en el dominio positivo como en el negativo.

Veremos ahora que la preferencia por el seguro normal sobre el probabilístico, observada en el Problema 9, surge de la teoría de perspectivas porque se sobrepondera la probabilidad de pérdida.

Esto es, si (–x, p) es indiferente a (–y), entonces (–y) se prefiere a (–x, p/2; –y, p/2; –y/2, 1–p). Para simplificar definimos para $x \geq 0$, $f(x) = -\upsilon(-x)$. Puesto que la función de valor para las pérdidas es convexa, *f* es una función cóncava de *x*. Aplicando la teoría de perspectivas, con la extensión natural de la ecuación 2, podemos mostrar que

$$\pi(p)\ f(x) = f(y)$$

implica

$$\begin{aligned} f(y) &\leq f(y/2) + \pi(p/2)[f(y) - f(y/2)] + \pi(p/2)[f(x) - f(y/2)] \\ &= \pi(p/2)\, f(x) + \pi(p/2)\, f(y) + [1 - 2\pi(p/2)]\, f(y/2) \end{aligned}$$

Sustituyendo por $f(x)$ y utilizando la concavidad de *f*, es suficiente que

$$f(y) \leq \frac{\pi(p/2)}{\pi(p)} f(y) + \pi(p/2)\, f(y) + f(y)/2 - \pi(p/2)\, f(y)$$

ó

$\pi(p)/2 \leq \pi(p/2)$, lo cual surge de la subaditividad de π.

Según la teoría de perspectivas las actitudes hacia el riesgo están determinadas juntamente por υ y π, y no únicamente por la función de utilidad. Es interesante examinar las condiciones bajo las cuales se espera que exista aversión al riesgo o búsqueda de riesgo. Consideremos la elección entre el juego (x,p) y su valor esperado (px). Si $x > 0$, existe búsqueda de riesgo siempre que $\pi(p) > \upsilon(px)/\upsilon(x)$, que es más grande que *p* si la función de valor para las ganancias es cóncava. De ahí, la sobreponderación ($\pi(p) > p$) es necesaria pero no suficiente para la búsqueda de riesgo en el dominio de ganancias. Precisamente la misma condición es necesaria pero no suficiente para la aversión al riesgo cuando $x < 0$.

Este análisis restringe la búsqueda de riesgo en el dominio de ganancias y la aversión al riesgo en el dominio de pérdidas a las situaciones de probabilidades pequeñas, donde se espera que exista sobreponderación. Por ello estas son las condiciones típicas en que se venden loterías y seguros. En la teoría de perspectivas la sobreponderación de las probabilidades pequeñas favorece tanto las apuestas como los seguros, mientras que la función de valor con forma de S tiende a inhibir ambas conductas.

Si bien la teoría de perspectivas predice tanto el seguro como las apuestas para las probabilidades pequeñas, pensamos que este análisis está cerca de una explicación totalmente adecuada de esos fenómenos. Hay evidencia, tanto de estudios experimentales (Slovic, Fishhoff, Lichtenstein, Corrigan and Coombs 1977), como de revisiones (Kunreuther, Ginsberg, Miller, Sagi, Slovic, Borkan and Katz 1978), y observaciones de comportamiento económico, por ejemplo, seguros médicos, de que la contratación de seguros a veces extiende el rango medio de probabilidades, y se ignoran con frecuencia las probabilidades pequeñas. Además, la evidencia sugiere que cambios menores en la formulación del problema de decisión pueden tener efecto marcados en el atractivo de un seguro (Slovic, Fishhoff and ot 1977)

Una teoría comprensiva de la conducta de seguro consideraría, además de las actitudes puras hacia la incertidumbre y el dinero, factores tales como el valor de la seguridad, las normas

sociales de prudencia, la indeseabilidad de un gran número de pagos pequeños distribuidos en el tiempo, la información y la desinformación acerca de probabilidades y resultados, y varios otros. Algunos efectos de estas variables pueden describirse dentro del presente encuadre, por ejemplo, como cambios en los puntos de referencia, trasformaciones de la función de valor, o manipulaciones de probabilidades o ponderaciones de decisión. Otros efectos pueden requerir la introducción de variables o conceptos que no han sido considerados en este tratamiento.

4.2 Cambios de referencia

Hemos definido las ganancias y pérdidas como los montos de dinero que se obtienen o pagan cuando se elige una perspectiva, y el punto de referencia se tomó como el status quo, o los activos actuales. Si bien esto es probablemente cierto para la mayoría de los problemas de elección, hay situaciones en las cuales las ganancias y pérdidas se establecen con respecto a un nivel de expectativa o aspiración que difiere del status quo.

Por ejemplo, un impuesto inesperado sobre el cheque de pago mensual se experimenta como una pérdida, no como una menor ganancia. De modo similar, un empresario que supera una recesión con mayor éxito que sus competidores puede interpretar una pérdida pequeña como una ganancia, con respecto a la pérdida más grande que tiene razones para esperar.

El punto de referencia en estos ejemplos corresponde a una posición de activos que uno espera alcanzar. Puede aparecer también una discrepancia entre el punto de referencia y la posición actual de activos debido a cambios recientes en la riqueza a los que el individuo todavía no se ha adaptado (Markowitz 1952).

Imaginemos una persona que inicia un negocio de riesgo y tiene una pérdida de 2.000, y ahora se enfrenta a una elección entre una ganancia segura de 1.000 o posibilidades iguales de ganar 2.000 o nada. Si todavía no está adaptado a sus pérdidas, probablemente codifique el problema como una elección entre (-2.000, 0,5) y (-1.000), más que como una elección entre (2.000, 0,5) y (1.000). Como hemos visto, la primera representación induce elecciones más aventuradas que la última.

Un cambio de punto de referencia altera el orden de preferencia de las perspectivas. En particular, la teoría implica que una traslación negativa de un problema de elección, tal como la que surge de la adaptación incompleta a pérdidas recientes, en algunas situaciones aumenta la búsqueda de riesgo. Específicamente, si una perspectiva con riesgo (x, p; –y, 1–p) es aceptable, entonces (x–z, p; –y –z, 1–p) se prefiere sobre (–z), para $x, y, z > 0$, y con $x > z$.

Para probar esta proposición advirtamos que

$$V(x, p; y, 1-p) = 0 \text{ si y sólo si } \pi(p)\,\upsilon(x) = -\pi(1-p)\,\upsilon(-y)$$

Además,

$$\begin{aligned}
&V(x-z, p; -y-z, 1-p)\\
&\quad = \pi(p)\,\upsilon(x-z) + \pi(1-p)\,\upsilon(-y-z)\\
&\quad > \pi(p)\,\upsilon(x) - \pi(p)\,\upsilon(z) + \pi(1-p)\,\upsilon(-y) + \pi(1-p)\,\upsilon(-z) \quad \text{por las propiedades de } \upsilon.\\
&\quad = -\pi(1-p)\,\upsilon(-y) - \pi(p)\,\upsilon(z) + \pi(1-p)\,\upsilon(-y) + \pi(1-p)\,\upsilon(-z) \quad \text{por sustitución}\\
&\quad = -\pi(p)\,\upsilon(z) + \pi(1-p)\,\upsilon(-z)\\
&\quad > \upsilon(-z)[\pi(p) + \pi(1-p)] \quad \text{puesto que } \upsilon(-z) < -\upsilon(z)\\
&\quad > \upsilon(-z) \quad \text{por subcertidumbre}
\end{aligned}$$

Este análisis sugiere que una persona que no ha asumido sus pérdidas probablemente acepta apuestas que serían inaceptables en otras condiciones. La bien conocida observación (McGlothlyn 1956) de que la tendencia a aumentar el tamaño de las apuestas crece en el curso del juego proporciona apoyo a la hipótesis de que una falla en adaptarse a pérdidas o en aceptar una ganancia esperada induce a la búsqueda de riesgo.

Para otro ejemplo, consideremos un individuo que espera contratar un seguro, quizá porque lo ha tenido en el pasado o porque sus amigos lo hacen. Este individuo puede codificar la decisión de pagar una prima y protegerse contra una pérdida *x* como una elección entre (–x+y, p; y, 1–p) y (0), más que como una elección entre (–x,p) y (–y). El argumento anterior establece que el seguro es probablemente más atractivo en la primera representación que en la última.

Otro caso importante de un cambio de punto de referencia aparece cuando una persona formula su problema de decisión en términos de activos finales, como dice el análisis de decisión, más que en términos de ganancias y pérdidas, como hace habitualmente la gente. En este caso, el punto de referencia está puesto en el cero en la escala de riqueza, y la función de valor probablemente es cóncava en todo su recorrido (Spetzler 1968). Según el presente análisis, esta formulación elimina esencialmente la búsqueda de riesgo, excepto en las apuestas con baja probabilidad. La formulación explícita de los problemas de decisión en términos de activos finales es quizá el procedimiento más efectivo para eliminar la búsqueda de riesgo en el ámbito de las pérdidas.

Algunas decisiones económicas involucran transacciones en las cuales uno paga dinero a cambio de una perspectiva deseable. Las teorías corrientes de decisión analizan estos problemas como comparaciones entre el status quo y un estado alternativo que incluye la perspectiva comprada menos su costo. Por ejemplo, la decisión acerca de pagar 10 por el juego (1.000, 0,01) se trata como una elección entre (990, 0,01; -10, 0,99) y (0). En este análisis, la compra de la perspectiva positiva se iguala a la disposición a aceptar la correspondiente perspectiva mixta.

El defecto prevaleciente en integrar las perspectivas con y sin riesgo, dramatizado en el efecto aislamiento, sugiere que es poco probable que la gente realice la operación de sustraer el costo del resultado al decidir si compra o no la posibilidad de obtenerlo. Pensamos que se evalúa por separado el juego y su costo, y se decide la compra si el valor combinado es positivo. Entonces, se entrará en el juego (1.000, 0,01) por un precio de 10 si
$\pi(0{,}01)\,\upsilon(1.000) + \upsilon(-10) > 0$.

Si la hipótesis es correcta, la decisión de pagar 10 por (1.000, 0,01), por ejemplo, no es equivalente a aceptar el juego (990, 0,01; –10, 0,99). La teoría de perspectivas implica que si uno es indiferente entre (x(1–p), p; –px, 1–p) y (0) entonces no pagará px para comprar la perspectiva (x, p). De ahí que se espera que la gente evidencie una mayor búsqueda de riesgo al decidir si acepta un juego que al decidir si compra un juego a un precio bajo. La ubicación del punto de referencia y la forma en que se reconoce el problema de decisión aparecen como factores críticos en el análisis de decisiones.

4.3 Extensiones

La teoría de perspectivas puede extenderse en varias direcciones, a fin de abarcar un rango más amplio de problemas de decisión. Algunas generalizaciones son inmediatas; otras requieren desarrollo adicional. La extensión de las ecuaciones 1 y 2 a las perspectivas con cualquier número de resultados es simple. Cuando el número de resultados es grande, sin embargo, pueden requerirse operaciones de reconocimiento adicionales para simplificar la evaluación. Todavía se investiga la forma en que las alternativas complejas, por ejemplo, perspectivas compuestas, se reducen a otras más simples.

Si bien este ensayo se ha ocupado principalmente de resultados monetarios, la teoría es fácilmente aplicable a elecciones que involucran otros atributos, por ejemplo, calidad de vida o el número de vidas que se pueden perder o salvar como consecuencia de una decisión de política. Las principales propiedades de la función de valor propuesta para el dinero se aplicarían a estos atributos. En particular, esperamos que los resultados se codifiquen como ganancias o pérdidas relativas a un punto de referencia neutral, y que las pérdidas se ponderen más que las ganancias.

La teoría también puede extenderse a las situaciones típicas de decisión en las cuales las probabilidades de los resultados no están dadas explícitamente. En estas situaciones, las ponderaciones de decisión deben establecerse para acontecimientos particulares más que para probabilidades establecidas, y se espera que tengan las propiedades esenciales que adscribimos a la función de ponderación. Por ejemplo, si A y B son acontecimientos complementarios, y entre ambos hacen certidumbre total, $\pi(A) + \pi(B)$ sería menor que la unidad, lo que es un análogo natural de la subcertidumbre.

La ponderación de decisión asociada con un acontecimiento dependerá primariamente de la probabilidad percibida de ese acontecimiento, la cual puede estar sujeta a importantes sesgos (Tversky and Kahneman 1974). Además, las ponderaciones pueden estar afectadas por otras consideraciones, tales como ambigüedad o vaguedad. Por cierto, el trabajo de Ellsberg (1961) y el de Fellner (1965) implica que la vaguedad reduce las ponderaciones de decisión. En consecuencia, la subcertidumbre podría ser mayor para las probabilidades más vagas que para las más definidas.

Este análisis de las preferencias entre alternativas con riesgo ha desarrollado dos temas. El primero se refiere a las operaciones de reconocimiento que determinan cómo se perciben las perspectivas. El segundo involucra los principios de juicio que rigen la evaluación de las ganancias y las pérdidas y la ponderación de resultados inciertos. Ambos proporcionan un encuadre utilizable para un análisis descriptivo de la elección en condiciones de riesgo.

APENDICE

En este apéndice presentamos un análisis axiomático de la teoría de perspectivas. Puesto que un tratamiento completo autocontenido es largo y tedioso, mostramos sólo los pasos esenciales y las propiedades ordinales fundamentales que se requieren para establecer la representación bilineal de la ecuación 1. Se pueden utilizar métodos similares para axiomatizar la ecuación 2.

Consideremos el conjunto de todas las perspectivas normales de la forma (x, p; y, q), con $p + q < 1$. Es simple la extensión a las perspectivas normales con $p + q = 1$. Con $\geq$ denotamos la relación de preferencia entre perspectivas que se supone que están conectadas, son simétricas y transitivas. Con $=$ denotamos la relación asociada de indiferencia.

Naturalmente, $(x, p; y, q) \approx (y, q; x, p)$. También está implícito en nuestra notación que $(x, p; 0, q) \approx (x, p; 0, r)$, y $(x, p; y, 0) \approx (x, p; z, 0)$. Esto es, el resultado nulo y el acontecimiento imposible tienen la propiedad de ser multiplicativos por cero.

Notemos que la representación deseada (ecuación 1) es aditiva en los pares de probabilidad de resultado. De ahí, puede aplicarse la teoría de la medición de conjuntos aditivos para obtener una escala V que mantenga el orden de preferencia, y escalas de intervalos *f* y *g* en dos argumentos tal que

$$V(x, p; y, q) = f(x, p) + g(y, q)$$

Los axiomas básicos utilizados para derivar esta representación son:

Independencia: $(x, p; y, q) \geq (x, p; y', q')$ si y sólo si $(x', p'; y, q) \geq (x', p'; y', q')$

Cancelación: Si $(x, p; y', q') \geq (x', p'; y, q)$ y $(x', p'; y'', q'') \geq (x'', p''; y', q')$ entonces $(x, p; y'', q'') \geq (x'', p''; y, q)$

Solubilidad: Si $(x, p; y, q) \geq (z, r) \geq (x, p; y', q')$ para algún resultado z y probabilidad r, entonces existe y'', q'' tal que $(x, p; y'', q'') \approx (z, r)$

Se ha visto que estas condiciones son suficientes para construir la representación aditiva buscada, previendo que el orden de preferencia es arquimedeano (Debreu 1960; Krantz, Luce, Suppes and Tversky 1971). Además, puesto que $(x,p;\, y,\, q) \approx (y,q;\, x,\, p)$, $f(x,p) + g(y,q) = f(y,q) + g(x,p)$, con q = 0 se tiene que f = g.

A continuación consideremos el conjunto de todas las perspectivas de la forma (x, p) con un resultado único distinto de cero. En este caso, el modelo bilineal se reduce a $V(x,p) = \pi(p)\,\upsilon(x)$. Este es el modelo multiplicativo investigado en Roskies (1965), y en Krantz, Luce and ot, 1971. Para construir la representación multiplicativa suponemos que el orden de los pares de probabilidad de los resultados satisface los axiomas de independencia, cancelación, solubilidad y el arquimedeano. Además, suponemos independencia de signo (Krantz, Luce et al, 1971) para asegurar la multiplicación apropiada de los signos. Se advierte que debe introducirse el axioma de solubilidad utilizado en Roskies 1965, y en Krantz, Luce et al, 1971) porque el factor de probabilidad permite sólo solubilidad limitada.

Combinando las representaciones aditiva y multiplicativa se tiene

$$V(x,p;\, y,\, q) = f[\pi(p)\,\upsilon(x)] + f[\pi(q)\,\upsilon(y)]$$

Finalmente, imponemos un nuevo axioma de distributividad

$$(x,p;\, y,\, q) \approx (z,p) \text{ si y sólo si } (x,p;\, y,\, q) \approx (z,q)$$

Aplicando este axioma a la representación anterior obtenemos

$$f[\pi(p)\,\upsilon(x)] + f[\pi(p)\,\upsilon(y)] = f[\pi(p)\,\upsilon(z)]$$

que implica

$$f[\pi(q)\,\upsilon(x)] + f[\pi(q)\,\upsilon(y)] = f[\pi(q)\,\upsilon(z)]$$

Suponiendo, sin perder generalidad, que $\pi(q) < \pi(p)$, y haciendo $\alpha = \pi(p)\,\upsilon(x)$, $\beta = \pi(p)\,\upsilon(y)$, $\gamma = \pi(p)\,\upsilon(z)$, $\theta = \pi(q) / \pi(p)$, tenemos que $f(\alpha) + f(\beta) = f(\gamma)$ implica $f(\theta\alpha) + f(\theta\beta) = f(\theta\gamma)$ para todo $0 < \theta < 1$.

Debido a que *f* es estrictamente monótono podemos hacer $\gamma = f^{-1}[f(\alpha) + f(\beta)]$. De ahí, $\theta\gamma = \theta f^{-1}[f(\alpha) + f(\beta)] = f^{-1}[f(\theta\alpha) + f(\theta\beta)]$.

La solución de esta ecuación funcional es $f(\alpha) = k\,\alpha^c$ (Aczel 1966). Por esto, $V(x,p;\, y,\, q) = k[\pi(p)\,\upsilon(x)]^c + k[\pi(q)\,\upsilon(y)]^c$, para algún $k, c > 0$. La forma bilineal buscada se obtiene redefiniendo las escalas π, υ y V para absorber las constantes k y c.

REFERENCIAS

ACZEL, J., *Lectures on Functional Equations and Their Applications*, Academic Press, New York, 1966

ALLAIS, M., Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats et axiomes de l'Ecole Americaine, *Econometrica*, 1953, v.21, 503/546

ANDERSON, N.H. and SHANTEAU, J.C., Information integration in risky decision making, *Journal of Experimental Psychology*, 1970, v.84, 441/451

ARROW, K.J., *Essays in the Theory of Risk-bearing*, Markham, Chicago, 1971

BARNES, J.D. and REINMUTH, J.E., Comparing imputed and actual utility functions in a competitive bidding setting, *Decision Sciences*, 1976, v.7, 801/812

COOMBS, C.H., Portfolio theory and the measurement of risk, en *Human Judgement and Decision Processes*, ed. por M.F.Kaplan and S.Schwarts, Academic Press, New York, 1975, 63/85

DAVIDSON, D., SUPPES, P. and SIEGEL, S., *Decision-making: An Experimental Approach*, Stanford University Press, 1957

DEBREU, G., Topological methods in cardinal utility theory, en *Mathematical Methods in the Social Sciences*, ed. por K.J.Arrow, S.Karlin and P.Suppes, Stanford University Press, 1960, 16/26

EDWARDS, W., Subjetive probabilities inferred from decisions, *Psychological Review*, 1962, v.69, 109/135

ELLSBERG, D., Risk, ambiguity and the Savage axioms, *Quarterly Journal of Economics*, 1961, v.75, 643/669

FELLNER, W., Distortion of subjective probabilities as a reaction to uncertainty, *Quarterly Journal of Economics*, 1961, v.75, 670/690

FELLNER, W., *Probability and Profit. A Study of Economic Behavior along Bayesian Lines*, Richard Irwin, Illinois, 1965

FISHBURN, P.C., Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns, *American Economic Review*, 1977, v.67, 116/126

FISHBURN, P.C. and KOCHENBERGER, G.A., Two-piece von Neumann-Morgenstern utility functions, de próxima publicación

FRIEDMAN, M. and SAVAGE, L.J., The utility analysis of choice involving risks, *Journal of Political Economy*, 1948, v.56, 279/304

FUCHS, V.R., From Bismark to Woodcock: the "irrational" pursuit of national health insurance, *Journal of Law and Economics*, 1976, v.19, 347/359

GALANTER E. and PLINER, P., Cross-modality matching of money against other continua, en *Sensation and Measurement*, ed por H.R.Moskowitz et al, Reidel, Dordrecht, Holland, 1974, 65/76

GRAYSON, C.J., *Decisions under Uncertainty: Drilling Decisions by Oil and Gas Operators*, Harvard University, 1960

GREEN, P.E., Risk attitudes and chemical investment decisions, *Chemical Engineering Progress*, 1963, v.59, 35/40

GRETHER, D.M. and PLOTT, C.R., Economic theory of choice and the preference reversal phenomenon, *American Economic Review*, de próxima publicación

HALTER, A.N. and DEAN, G.W., *Decisions under Uncertainty*, South Western, Cincinatti, 1971

HANSSON, B., The appropriateness of the expected utility model, *Erkenntnis*, 1975, v.9, 175/194

HELSON, H., *Adaptation-level Theory*, Harper, New York, 1964

KEENEY, R.L. and RAIFFA, H., *Decisions with Multiple Objectives: Preference and Value Tradeofs*, Wiley, New York, 1976

KRANTZ, D.H., LUCE, D.R., SUPPES, P. and TVERSKY, A., *Foundations of Measurement*, Academic Press, New York, 1971

KUNREUTHER, H., GINSBERG, R., MILLER, L., SAGI, P., SLOVIC, P., BORKAN, B. and KATZ, N., *Disaster Insurance Protection: Public Policy Lessons*, Wiley, New York, 1978

LICHTENSTEIN, S. and SLOVIC, P., Reversal of preference between bids and choices in gambling decisions, *Journal of Experimental Psychology*, 1971, v.89, 46/55

MacCRIMMON, K.R. and LARSSON, S., Utility theory: axioms versus paradoxes, en *Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox*, ed. por M.Allais and O.Hagen, de próxima publicación

MARKOWITZ, H., The utility of wealth, *Journal of Political Economy*, 1952, v.60, 151/158

MARKOWITZ, H., *Portfolio Selection*, Wiley, New York, 1959

McGLOTHLIN, W.H., Stability of choices among uncertainty alternatives, *American Journal of Psychology*, 1956, v.69, 604/615

MOSTELLER, F. and NOGEE, P., An experimental measurement of utility, *Journal of Political Economy*, 1951, v.59, 371/404

PRATT, J.W., Risk aversion in the small and in the large, *Econometrica*, 1964, v.32, 122/136

RAIFFA, H., *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choice under Uncertainty*, Addison-Wesley, Mass,1968

ROSKIES, R., A measurement axiomatization for an essentially multiplicative representation of two factors, *Journal of Mathematical Psychology*, 1965, v.2, 266/276

SAVAGE, L.J., *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954

SLOVIC, P, FISCHHOFF, B., LICHTENSTEIN, S., CORRIGAN, B. and COOMBS, B., Preference for insuring against probable small losses: insurance implications, *Journal of Risk and Insurance*, 1977, v.44, 237/258

SLOVIC, P. and TVERSKY, A., Who accepts Savage's axiom?, *Behavioral Science*, 1974, v.19, 368/373

SPETZLER, C.S., The development of corporate risk policy for capital investment decisions, *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, SSC-4, 1968, 279/300

SWALM, R.O., Utility theory. Insights into risk taking, *Harvard Business Review*, 1966, v.44, 123/136

TOBIN, J., Liquidity preferences as behavior towards risk, *Review of Economics Studies*, 1958, v.26, 65/86

TVERSKY, A., Additivity, utility, and subjetive probability, Journal of Mathematical Psychology, 1967, v.4, 175/201

TVERSKY, A., Intransitivity of preferences, *Psychological Review*, 1969, v.76, 31/48

TVERSKY, A., Elimination by aspects: A theory of choice, *Psychological Review*, 1972, v.79, 281/299

TVERSKY A. and KAHNEMAN, D., Judgment under uncertainty: Heuristics and biases, *Science*, 1974, v.185, 1124/1131

VAN DAM, C., Another look at inconsistency in financial decision-making, presentado en *Seminar on Recent Research in Finance and Monetary Economics*, Cergy-Pontoise, March 1975

VON NEUMANN, J. and MORGENSTERN, O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944

WILLIAMS, A.C., Attitudes toward speculative risks as an indicator of attitudes toward pure risks, *Journal of Risk and Insurance*, 1966, v.33, 577/586

SOCIEDAD ARGENTINA DOCENTES EN ADMINISTRACION FINANCIERA

EL COMPORTAMIENTO DEL HOMBRE RACIONAL FRENTE AL RIESGO: Una crítica de los postulados y axiomas de la escuela americana

Maurice Allais

Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: Critique des postulats et axiomes de l'Ecole Americaine
Econometrica, 1953, v.21, págs 503/546

Traducción: Ricardo A. Fornero y Antonio Pellegrino
Traducción realizada sólo para fines de estudio en la Facultad de Ciencias Económicas (Universidad Nacional de Cuyo)

Marzo 1992

EL COMPORTAMIENTO DEL HOMBRE RACIONAL FRENTE AL RIESGO: Crítica de los postulados y axiomas de la escuela americana

Maurice Allais
Ecole Nationale Supérieure des Mines
Institut de Statistique de l'Université de Paris

NOTA DEL EDITOR (Econometrica)

El problema que se discute en el ensayo del profesor Allais es extremadamente sutil, y parece difícil llegar a un acuerdo general en los puntos principales. Tuve una impresión vívida de estas dificultades en el Coloquio de Paris de Mayo 1952. Una tarde, cuando un pequeño número de estudiosos prominentes de este campo se encontraban reunidos alrededor de una mesa, con las más agradables condiciones exteriores, no pudieron avanzar ni un paso para aclarar de modo satisfactorio las incomprensiones que aparecían en el curso de la conversación.

La versión de este ensayo que se publica ahora en Econometrica ha surgido después de algunos intercambios informales de opinión, incluyendo el trabajo que realizaron los evaluadores editoriales. Difícilmente se pueda obtener más continuando con esos procedimientos. La publicación se realiza bajo la responsabilidad del autor. El editor está convencido de que el ensayo será un medio muy valioso para prevenir la endogamia de pensamientos en este importante campo.

NOTA DEL AUTOR

Una primera versión de este artículo resulta de un estudio más general con el título Notes théoriques sur l'incertitude de l'avenir et le risque, presentado al Congrès Européen d'Econométrie en septiembre 1951. Una segunda versión fue presentado bajo la forma de una comunicación en Colloque International sur le Risque, realizado en Paris en mayo 1952. El lector podrá encontrar en la memoria del coloquio todas las justificaciones matemáticas de los resultados indicados y de los ejemplos de este artículo.

Agradecemos particularmente a los señores Capoulade, de Finetti, Mathieu, Lavaill, Lesourne, Massé, Mercier y Morlat por sus observaciones y sugerencias, que fueron particularmente valiosas.

RESUMEN

Los puntos más importantes pueden resumirse del siguiente modo:

(1) Contrariamente a la creencia de algunos autores, el concepto de utilidad cardinal, u(x), puede definirse de modo operacional tanto considerando diferencias equivalentes en los niveles de satisfacción, como utilizando el mínimo perceptible de Weber-Fechner, o umbral psicológico.

Entonces se puede asociar un valor psicológico o utilidad u(x) a cada valor monetario *x*.

(2) Hay cuatro aspectos que necesariamente debe tener en cuenta una teoría del riesgo, aún en una primera aproximación, si es realista y quiere incluir lo que es esencial a cualquier elección que involucra riesgo:

(i) La distinción entre valores monetarios y valores psicológicos (utilidad)

(ii) La distorsión de las probabilidades objetivas y la existencia de probabilidades subjetivas

(iii) La expectativa matemática de utilidad (la media de la distribución de probabilidad de la utilidad)

(iv) La dispersión (variancia) así como las características generales de la forma de la distribución de probabilidad de la utilidad

El aspecto (iv) aparece como el único que es específico de una teoría del riesgo. En algunos casos, puede ser mucho más importante que los otros tres.

(3) Otros aspectos de las elecciones que involucran riesgo, tales como los gastos de cada apuesta, el placer derivado del juego en sí, la magnitud del mínimo perceptible, etc., pueden considerarse secundarios, y con eso se dejan de lado en una primera aproximación.

(4) Cualquiera puede reconocer el hecho de que el hombre en realidad no se comporta de acuerdo con el principio de Bernoulli. Existe, sin embargo, una profunda diferencia en los puntos de vista acerca de cómo se comporta un hombre racional.

De acuerdo con la escuela americana, un hombre racional debe actuar según el principio de Bernoulli. Desde otro punto de vista esto es un error, porque de hecho deja de lado el cuarto elemento específico en la psicología del riesgo.

(5) Si la racionalidad se define como un comportamiento acorde con uno de los sistemas de axiomas a que lleve una formulación tipo Bernoulli, obviamente no hay discusión posible. Una definición tal, no obstante, carece de interés en sí misma.

Esto significa decir que la racionalidad, para que resulte interesante desde un punto de vista científico, debe definirse de una de estas dos formas. Primero, puede definirse en abstracto, por referencia a un criterio general de consistencia interna utilizado en las ciencias sociales, esto es, el criterio que implica coherencia entre los fines perseguidos y el uso de los medios apropiados para alcanzarlos. Segundo, la racionalidad también puede definirse empíricamente, observando las actividades de gente que se considera que actúa de modo racional.

(6) El principio de consistencia interna implica sólo: (a) el uso de probabilidades objetivas, cuando existen, y (b) el axioma de preferencia absoluta que establece que, entre dos situaciones, una es preferible si, para todas las situaciones posibles, proporciona la mayor ganancia. Estas dos condiciones son menos restrictivas que la formulación de Bernoulli. En consecuen-

cia, hay formas de comportamiento racional (en el sentido definido) que no responden a la formulación de Bernoulli.

Por tanto, no podemos decir que un hombre racional debe comportarse según el principio de Bernoulli.

(7) La observación empírica de la conducta de hombres que la opinión general considera racionales invalida el principio de Bernoulli.

En este sentido hay cuatro clases de hechos significativos:

(i) El modo en que la gente prudente se comporta cuando están en juego sumas pequeñas

(ii) La elección de riesgo en condiciones que bordean la certidumbre contradice el principio de independencia de Savage

(iii) La elección de riesgo en condiciones que están próximas a la certidumbre contradice el principio de sustitución de Samuelson

(iv) El comportamiento de los empresarios cuando son posibles pérdidas grandes

(8) Más allá de lo atractivos que puedan ser, ninguno de los postulados fundamentales de la escuela americana, extraídos del principio de Bernoulli, puede resistir el análisis. Todos están basados en evidencias falsas.

(9) Para un hombre racional no existe en general un indicador B(x) tal que la situación óptima pueda definirse como maximización del valor esperado de B(xi).

(10) En los casos particulares en que la psicología del hombre racional es tal que existe ese indicador, necesariamente $B(x) \equiv u(x)$ a través de una transformación lineal.

(11) La justificación de la formulación de Bernoulli a través de la ley de los grandes números es pura ilusión, aún en una primera aproximación.

(12) En el caso general, la conexión entre el valor monetario y la utilidad, y la dispersión de esta utilidad, están mezclados inseparablemente, y ningún experimento de elecciones que involucran riesgo puede determinar la función u(x). Una función tal puede determinarse sólo por la observación introspectiva de las diferencias equivalentes en los niveles de satisfacción, y de los umbrales de percepción psicológica. Sólo en el caso psicológico muy particular en que el indicador B(x) es idéntico a la utilidad u(x) la observación de elecciones en condiciones de riesgo puede determinar la utilidad u(x).

§ 1. El presente ensayo es una exposición crítica de los postulados y axiomas de la teoría del riesgo de la escuela americana.

Parece mejor dividir la exposición en dos partes. En la primera se expone la concepción general; en la segunda se procede, a partir de esto, a un análisis crítico del principio de Bernoulli y muy particularmente de los diferentes axiomas de la escuela americana.

En general se trata de apelar a la intuición y evitar, dentro de lo posible, un formalismo matemático demasiado abstracto, que en realidad puede distraer la atención de las variables, con lo que se dificultan y ocultan los aspectos esenciales. Las matemáticas no son más que un medio de transformación; sólo cuenta la discusión de las premisas y de los resultados.[1]

Las justificaciones matemáticas de los resultados indicados en este ensayo, así como numerosos ejemplos, se pueden consultar en Allais, 1951 y 1952.

I. CONSIDERACIONES PRELIMINARES

§ 2. Elementos psicológicos que intervienen en las elecciones que llevan un riesgo. Entre los elementos que intervienen en las elecciones que llevan un riesgo es conveniente distinguir aquellos que juegan un rol esencial de aquellos que son accesorios.

Esta distinción puede ser ilustrada por un ejemplo muy simple. Se ha podido establecer la teoría de la determinación del precio de mercado por medio de curvas de oferta y de demanda despreciando, en una primera aproximación, los gastos de las operaciones de venta y de compra para los compradores y vendedores, pues el análisis muestra que esos elementos por lo general tienen un papel accesorio, y disimulan lo que hay de fundamental en la teoría de los precios.

La misma distinción es válida para el riesgo. Entre todos los elementos psicológicos que intervienen hay algunos (A) que juegan un rol fundamental, que no podemos dejar de lado en una primera aproximación sin desnaturalizar gravemente los fenómenos; y otros (B) que, al contrario, pueden muy bien no ser introducidos hasta una segunda aproximación, como correctores.[2]. Para abreviar la exposición se tienen en cuenta sólo los elementos fundamentales.

§ 3. Elementos fundamentales que intervienen en las elecciones con riesgo. Hay cuatro elementos que todas las teorías de riesgo deben tener en cuenta si quieren ser realistas y separar lo que es absolutamente esencial en toda elección aleatoria.

§ 4. ELEMENTO I: La deformación psicológica del valor monetario y la curva de satisfacción absoluta. En una elección aleatoria aquello que cada individuo tiene en cuenta no es el valor monetario *x* del resultado posible sino el valor psicológico $\gamma = u(x)$, o utilidad asociada con ese resultado. [3] [4]

---

[1] Ver Allais 1953b, Introducción, 1, 31/40.

[2] Tales son los gastos correspondientes a todo juego, el placer de jugar considerado en sí mismo, la magnitud del umbral mínimo perceptible, etc.

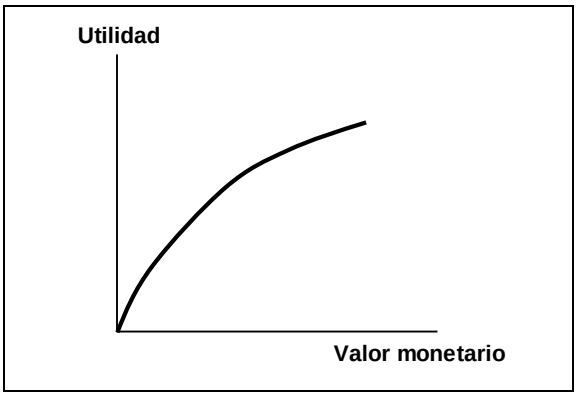
[3] En Allais, 1953b, se designa el valor psicológico o utilidad como 'satisfacción absoluta' por oposición al índice de satisfacción puramente ordinal, 156/177. Es lo que se denomina 'cardinal utility' en la terminología anglosajona; ver Lange 1934; Armstrong 1939.

[4] El concepto de valor psicológico tiene un rol básico en la teoría de las elecciones. Como es un concepto actualmente muy criticado por numerosos autores es útil dar aquí algunas indicaciones.

En principio es posible una definición operacional del concepto, que en todo caso responde a nuestra intuición, recurriendo a escalones psicológicos equivalentes o mínimos perceptibles. La casi totalidad de las personas interrogadas responden sin ninguna vacilación por la afirmativa a la pregunta: '¿Prefiere usted una herencia de 100

De ello resulta que si la satisfacción marginal u'(x) es decreciente, y si esa disminución es suficientemente fuerte (curva muy pronunciada), una ganancia diez veces más grande que otra puede, desde el punto de vista psicológico, no tener más que un valor doble o incluso menos. (Figura 1)

Figura 1



§ 5. ELEMENTO II: La deformación subjetiva de las probabilidades objetivas. Ciertas personas que tienen confianza en su suerte subestiman la probabilidad de los acontecimientos desfavorables y sobrestiman la probabilidad de los acontecimientos favorables. Es al revés para las personas que se sienten perseguidas por la mala suerte. Existe, entonces, una deformación subjetiva de las probabilidades objetivas.[5]

De todas formas, es evidente que un individuo puede tener en cuenta probabilidades que imagina y no probabilidades por observaciones. No hay ninguna razón para que las probabilidades subjetivas sean iguales a las probabilidades objetivas. Sólo, por ejemplo, un estadístico de profesión se puede formar una idea correcta de lo que significa una probabilidad.

Hay también casos en los que la noción de probabilidad objetiva desaparece completamente sin llegar a la de probabilidad subjetiva. Es el caso de los acontecimientos únicos: no se puede definir la frecuencia, ni una probabilidad subjetiva comparable con un fenómeno donde exista una probabilidad objetiva.

En adelante se representa con p_i^* y p_i las probabilidades objetivas y subjetivas, respectivamente.

---

millones a una herencia de 1.000 francos?' Esta falta de vacilación muestra que la noción de escalones psicológicos equivalentes es para ellos una realidad psicológica efectiva.

Por otra parte, el legislador recurre a un concepto tal cuando establece impuestos progresivos sobre la ganancia. Uno puede considerar que, en un régimen democrático, a los ojos del legislador tienen el mismo peso los mínimos perceptibles de los diferentes individuos. En otras formas políticas estas magnitudes también intervienen, pero con coeficientes de ponderación diferentes.

Es muy curioso que desde Pareto un concepto tan importante ha sido poco a poco desterrado de la teoría económica, siendo que se presta admirablemente para exponer ciertas cuestiones como la teoría de las elecciones (Allais 1953, págs. 373/375), o la teoría del riesgo. Cabe destacar, finalmente, que se recurre al concepto de satisfacción absoluta sólo para trasmitir el enfoque; como se podrá verificar, este recurso no es imprescindible para la refutación de la tesis de la escuela americana.

[5] La probabilidad objetiva de un acontecimiento debe entenderse como una magnitud cuya medida experimental es la frecuencia observada de ese acontecimiento. Se puede distinguir la frecuencia estimada experimentalmente, o probabilidad objetiva, de la frecuencia estimada psicológicamente, o probabilidad subjetiva.

§ 6. ELEMENTO III: La ponderación de la utilidad según las probabilidades y la consideración de la esperanza matemática (momento de orden 1) de la distribución de probabilidades del valor monetario. En una primera aproximación se puede reemplazar la distribución de probabilidad de los resultados y su utilidad por su esperanza matemática. Esta aproximación es análoga, para todos los efectos, a aquella que consiste en representar un conjunto de cifras por un solo número igual a su media. Esto tiene, naturalmente, todas sus ventajas y todos sus inconvenientes.

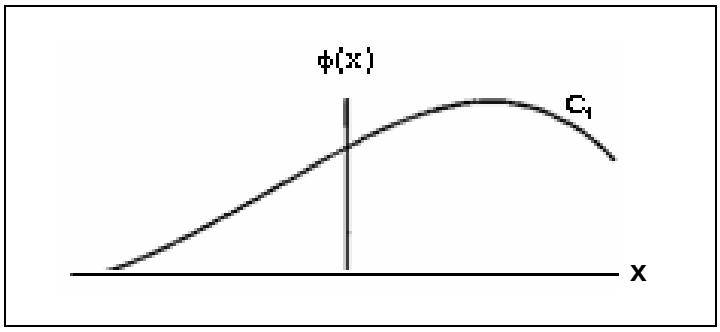
Si se tienen en cuenta estos tres primeros elementos se puede considerar que, para apreciar el valor de una perspectiva, no se utiliza la esperanza matemática del valor monetario, sino el valor monetario para el cual la utilidad es igual a la esperanza matemática de la utilidad asociada con las diferentes ganancias posibles. La relación

$$u(V) = p_1\, u(x_1) + p_2\, u(x_2) + ... + p_n\, u(x_n) \qquad \textit{Ecuación 1}$$

puede llamarse formulación de Bernoulli en memoria del primer autor que la propuso. De tal manera que es la utilidad, y no el valor monetario, lo que se combina siguiendo las reglas de los valores probables.

§ 7. ELEMENTO IV: La consideración de la forma de las distribución de probabilidad de la utilidad, y en particular su dispersión (momento de orden 2). Una perspectiva se representa por la curva C_1 de distribución de probabilidades de las diferentes ganancias, que representa los valores $\phi(x)$ de la densidad de probabilidades objetivas (Figura 2).

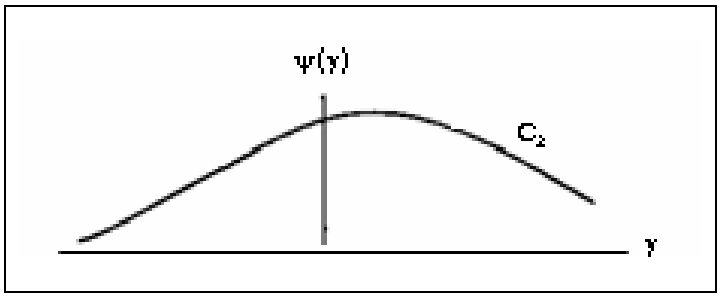
Figura 2



Pero, si se tienen en cuenta los elementos II y III, un individuo no considera la curva C_1 sino la curva C_2 (figura 3), que corresponde a la distribución $\psi(\gamma)$ de las probabilidades subjetivas de la utilidad.

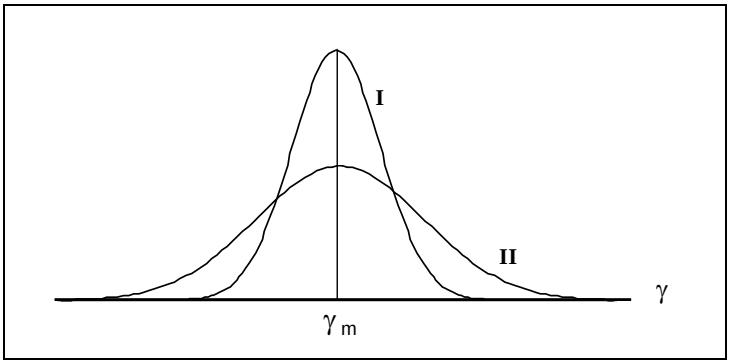
$$\gamma = u(x) \qquad \textit{Ecuación 2}$$

Figura 3



De dos perspectivas para la utilidad γ, si el individuo es prudente preferirá aquella que, con distribuciones laplacianas de un mismo valor medio, ofrece la menor dispersión. En la figura 4 se prefiere la I. Si el individuo busca el riesgo, al contrario, preferirá la perspectiva con dispersión más grande, o sea la II.

Figura 4



De este modo, la dispersión de la utilidad es un cuarto elemento: el placer (o el disgusto) asociado con el riesgo en sí mismo, es decir, con la participación en un juego en el que existen márgenes para el resultado.[6]

Este elemento explica que a uno le puede gustar jugar a los bolos tanto si (como es probable para las pequeñas sumas o cantidades) no tiene deformación psicológica del valor monetario, como si estima las probabilidades a sus valores objetivos, revelados por la experiencia. También le puede gustar jugar al poker si el placer de participar en una situación en que existen márgenes para el resultado es suficientemente fuerte como para compensar la pérdida probable.

Ese gusto o disgusto asociado con el riesgo viene a constituir un elemento suplementario que se agrega a un simple cálculo fundado en la ponderación probabilística (objetiva o subjetiva según los casos) de las satisfacciones resultantes de las diversas eventualidades.

Debe distinguirse del elemento I, que corresponde a la deformación psicológica del valor monetario, aunque son dos elementos en general relacionados estrechamente y que pueden provocar efectos análogos.

§ 8. Dispersión del valor monetario y dispersión de la utilidad. Cabe señalar que el hecho de que el individuo sea sensible a la dispersión de la ganancia monetaria que agrega a su riqueza lleva a la vez los tres elementos, I, III y IV.

Lo mismo si un individuo es insensible a la dispersión de la utilidad (Elemento IV), será sensible a la dispersión del valor monetario en razón de la curva de la satisfacción absoluta. Dadas dos variaciones Δx_1 y Δx_2 de signos opuestos, pero iguales en valor absoluto, corresponden las variaciones $\Delta\gamma_1$ y $\Delta\gamma_2$ de utilidad, donde los valores absolutos son diferentes (ver figura 5)

Es esta simetría de efectos de los elementos I y IV, desde el punto de vista del valor monetario, lo que oscurece las discusiones actuales.[7] [8]

---

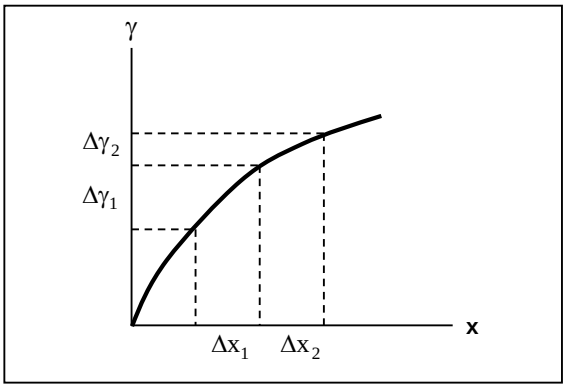
[6] En inglés, 'pleasure of gambling'; hay que distinguir este elemento del placer derivado de la propia operación de jugar, 'pleasure of the game', que puede considerarse un elemento accesorio.

[7] La simetría puede ser ilustrada con el siguiente ejemplo concreto: Supongamos que un viajante se encuentra en Marsella sin dinero y que desea regresar a Paris. Si no tiene más que 100 francos en el bolsillo, todo juego que le pueda dar una probabilidad grande de ganar el precio de su pasaje será ventajoso para él, y la regla de la maximización de la esperanza matemática de las ganancias monetarias no tendrá ningún interés en su caso, por lo menos en una primera aproximación.

En tal ejemplo el comportamiento del viajante puede explicarse bien por la deformación psicológica del valor monetario (Elemento I) atribuyendo gran utilidad u(x) cuando el premio es superior al precio del boleto; o por la ventaja lograda por la participación en un juego que da la posibilidad de obtener ganancias superiores al precio del boleto (Elemento IV).

[8] Es también la razón por la cual la observación de elecciones no puede llegar a determinar la satisfacción absoluta u(x). Los elementos I y IV en realidad son indisolubles. (Ver las indicaciones dadas en § 9.)

Figura 5



Pero la sensibilidad a la dispersión del valor monetario, por la curva de la satisfacción, es distinta de la sensibilidad a la dispersión de la utilidad. *No hace intervenir algo que constituye el elemento característico fundamental de la psicología del riesgo, justamente esa sensibilidad a la dispersión de la utilidad*.

§ 9. Valor psicológico de la dispersión considerada en sí misma. En realidad, si a algo son sensibles los individuos, es a la existencia de una posibilidad de grandes pérdidas o de grandes ganancias. Por cierto que ellas se evalúan con otra escala, la escala de la utilidad. Pero la misma existencia de esa operación puede tener una gran importancia.

Para aquél que desea a toda costa una fuerte suma, el juego puede ser el único medio racional de obtenerla. Y no hay nada que hacer con cualquiera de los tres primeros elementos, I, II y III.

En realidad el elemento IV, que corresponde a la mayor o menor escala de las ganancias y de las pérdidas, evaluadas por su utilidad, es un elemento que tiene un papel esencial en las elecciones con riesgo.

En muchos casos puede jugar un rol más importante que los otros tres elementos: la consideración de la esperanza matemática, la deformación subjetiva del valor monetario o la deformación subjetiva de las probabilidades objetivas. Y el error que uno comete puede ser más grande cuando se descuida la dispersión de la utilidad que cuando se asimila la utilidad al valor monetario.

En los casos más generales se debe considerar que, al seguir la regla simplista de ponderar el valor monetario con las probabilidades objetivas, los elementos I, II y IV (deformación psicológica del valor monetario y de las probabilidades objetivas, y dispersión de la utilidad) son factores correctivos de importancia análoga. No hay que descuidar esa dispersión: es el *elemento específico* de la psicología del riesgo.

Es de lamentar que ese elemento pueda quedar oculto por el elemento I, la deformación psicológica del valor monetario. En realidad, el elemento IV interviene en todos los casos, y *no es posible pensar en situaciones en que se pueda suponer que está ausente*. La consecuencia en esto es la imposibilidad de determinar la función u(x) de satisfacción absoluta a través de la observación de elecciones.

§ 10. La psicología pura del riesgo. La psicología del riesgo es pura aunque hace intervenir los cuatro elementos fundamentales (A) y también algunos de los elementos secundarios (B) (ver § 2).

Esta psicología pura es tema de las discusiones actuales. Podemos dejar de lado por ahora todos los elementos de la psicología del riesgo salvo los fundamentales.

§ 11. Desarrollo histórico de la concepción teórica de la psicología del riesgo. La concepción teórica de la psicología del riesgo ha tenido cuatro etapas (aunque parece que algunos autores no han franqueado todavía más que las tres primeras, y otros rehúsan pasar a la tercera):

a) En una primera etapa se ha pensado que el valor V de una perspectiva era igual a la esperanza matemática con la que ella está asociada

$$V = p_1^* x_1 + p_2^* x_2 + ... + p_n^* x_n \qquad \textit{Ecuación 3}$$

es decir, al valor medio de las ganancias ponderadas por las probabilidades objetivas.

b) En una segunda etapa se ha hecho intervenir la utilidad, que sustituye al valor monetario en la fórmula precedente. De este modo se ha propuesto la formulación

$$u(V) = p_1^* u(x_1) + p_2^* u(x_2) + ... + p_n^* u(x_n) \qquad \textit{Ecuación 4}$$

donde los p_i^* son las probabilidades objetivas. En esta formulación más bien se combinan las satisfacciones asociadas con las ganancias probables.

Esta hipótesis es la que tuvo en cuenta Bernoulli para explicar la paradoja de San Petersburgo, y que posteriormente retoma Laplace en su teoría de las esperanzas morales. También es una fórmula de ese tipo la que utilizan von Neumann and Morgenstern (1944).[9]

c) En una tercera etapa se ha llegado a la idea de que aquello que el individuo tiene en cuenta no son las probabilidades objetivas, sino las representaciones psicológicas que él se ha hecho, es decir las probabilidades subjetivas. Tenemos así la formulación

$$u(V) = p_1 u(x_1) + p_2 u(x_2) + ... + p_n u(x_n) \qquad \textit{Ecuación 5}$$

donde las *p* son probabilidades subjetivas. Es todavía la formulación de Bernoulli, pero se sustituyen las probabilidades objetivas por las subjetivas.

d) En una cuarta etapa, finalmente, se piensa que es preciso tener en cuenta no sólo la media ponderada con las probabilidades de la utilidad $\gamma = u(x)$, sino también la forma de la distribución de probabilidades. De ahí la formulación

$$u(V) = h[\psi(\gamma)] \qquad \textit{Ecuación 6}$$

donde h es una cierta función de la densidad de probabilidad $\psi(\gamma)$.

En esta cuarta etapa, que es precisamente la que se expone aquí, se considera que la dispersión de la utilidad alrededor de su media es también un elemento importante, además de la deformación psicológica del valor monetario y de las probabilidades objetivas.

§ 12. Equivalencia de una serie de elecciones con una única elección. Supongamos que un individuo realiza un cierto número de elecciones. Puede considerar, por ejemplo, las elecciones sucesivas entre las perspectivas (P_0) y (P'_0),(P_1) y (P'_1), ..., (P_n) y (P'_n), etc.

Es evidente que esa serie de elecciones puede reducirse a una elección única entre diferentes perspectivas. Basta para esos efectos combinar las perspectivas (P) y (P') según los principios del cálculo de probabilidades.

Utilicemos la notación

$$\begin{cases} 0{,}5 & 100 \\ 0{,}5 & 0 \end{cases}$$

[9] Es más o menos igual el caso de Marschak (1950), ya que establece que el indicador B(x) al que llega tiene en cuenta la dispersión y la utilidad.

para significar una posibilidad sobre dos de ganar 100 francos y una posibilidad sobre dos de no ganar nada. Con esto, si se consideran, por ejemplo, las cuatro perspectivas independientes

$$P_0 \begin{cases} 0{,}5 & 100 \\ 0{,}5 & 0 \end{cases} \qquad P'_0 \begin{cases} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{cases}$$

$$P_1 \begin{cases} 0{,}5 & 1.000 \\ 0{,}5 & 0 \end{cases} \qquad P'_1 \begin{cases} 1 & 300 \\ 0 & 0 \end{cases}$$

y las dos elecciones sucesivas

$$(P_0) \text{ o } (P'_0) \text{ y } (P_1) \text{ o } (P'_1)$$

éstas pueden reducirse a una sola elección entre las perspectivas $(P_0,\ P_1)$, $(P_0,\ P'_1)$ $(P'_0,\ P_1)$ y $(P'_0,\ P'_1)$ resultante de la combinación de las perspectivas elementales según el principio de probabilidades compuestas. De este modo la perspectiva $(P_0,\ P_1)$ tendrá la distribución siguiente:

$$(P_0,\ P_1) \begin{cases} 0{,}25 & 1.100 \\ 0{,}25 & 1.000 \\ 0{,}25 & 100 \\ 0{,}25 & 0 \end{cases}$$

En lo que sigue, y salvo indicación en contrario, se supone que se ha hecho esta reducción, y que por lo tanto siempre se trata de una elección única.[10]

II. CRITICA DEL PRINCIPIO DE BERNOULLI COMO REGLA DE COMPORTAMIENTO DE UN HOMBRE RACIONAL

2.1 ESTADO ACTUAL DEL TEMA

§ 13. El principio de Bernoulli. Según el principio de Bernoulli es posible determinar para toda ganancia *x* con probabilidad *p* un indicador B(x) tal que el valor V de una perspectiva con probabilidades p_1, p_2, ... p_n de obtener las ganancias x_1, x_2, ..., x_n está dado por la relación $B(V) = \sum p_i\, B(x_i)$.

§ 14. Tesis de los partidarios del principio de Bernoulli. Se advierte que la formulación de Bernoulli, tal como ha sido presentada por von Neumann and Morgenstern, tiene tres características:

1) Se aplica a toda persona que tenga un campo de elecciones ordenadas
2) Llega a un índice B(x) identificado con la satisfacción absoluta[11]. La observación de las elecciones que efectivamente se realizan debe permitir determinar la satisfacción absoluta (cardinal utility). Esta tesis supone implícitamente que la formulación de Bernoulli es capaz de representar de modo conveniente la conducta del hombre real, y por eso permite preverla[12].
3) Hace intervenir las probabilidades objetivas como coeficientes de ponderación.

---

[10] Este procedimiento tiene la ventaja de eliminar ciertas dificultades de la repetición de una misma elección aleatoria.

[11] Naturalmente, a una transformación lineal aproximada, para expresarse con precisión.

[12] Por otra parte, es la posición tomada por Friedman and Savage 1948, y Mosteller and Nogee 1951.

La formulación de Marschak presenta también tres características:

1) No se corresponde con el comportamiento del hombre real, sino con el comportamiento que debe tener un hombre 'racional'.[13]
2) Conduce a un índice B(x) que, según declaran sus sostenedores (Marschak, Samuelson, Friedman), es distinto de la satisfacción absoluta u(x).[14]
3) Como la precedente, hace intervenir las probabilidades objetivas.

Una tercera formulación, de Savage, también tiene tres características:

1) Como la anterior, sólo corresponde a un comportamiento 'racional'
2) Conduce a un índice B(x) que, también como la anterior, será distinto de la satisfacción absoluta u(x)
3) Hace intervenir las probabilidades subjetivas

Por tanto, estas tres posiciones son distintas. Se observa que la escuela americana sostiene dos tesis:

1) El comportamiento del hombre real puede ser representado por la formulación de Bernoulli y esa formulación, junto con la observación de las elecciones realizadas, permite determinar la satisfacción absoluta (*cardinal utility*)
2) Sólo el comportamiento de los hombres racionales puede ser representado por la formulación de Bernoulli.

§ 15. La cuestión que se discute actualmente. En la actualidad parece que todos los partidarios de la formulación de Bernoulli admiten:

1) que ella no sirve de ninguna manera para describir el comportamiento de un hombre real, sino sólo el de un hombre llamado 'racional'
2) que el indicador B(x) es distinto de la satisfacción absoluta u(x)

Debe abandonarse poco a poco el punto de vista según el cual hay una identidad entre los indicadores B(x) y u(x)[15], y las personas no sostienen más la tesis de que puede medirse la satisfacción absoluta (utilidad cardinal) a partir de las elecciones aleatorias.[16] Con esto desaparece la afirmación de que el comportamiento de los hombres reales puede representarse convenientemente con la formulación de Bernoulli.

Se deja de lado así la primera tesis de la escuela americana; las diferencias actualmente se refieren a la definición de las probabilidades. Savage sostiene, con Finetti, que sólo hay probabilidades subjetivas, mientras Marschak hace intervenir las probabilidades objetivas. Sin embargo, puede pensarse que, para describir el comportamiento de un hombre racional, Sava-

[13] En el análisis de von Neumann and Morgenstern no se habla de la condición de 'racionalidad', al menos en forma explícita.

[14] Se puede señalar que Friedman sostenía inicialmente que los dos indicadores B y u serán idénticos, con una transformación lineal aproximada, pero después cambió esta posición.

[15] Friedman y Savage, que en su artículo de 1948 admitían que la fórmula de Bernoulli hace intervenir la utilidad cardinal, actualmente han abandonado esa idea y no hablan más de un indicador de aquello que genera las elecciones. Si bien ya no admiten la tesis según la cual se puede medir la satisfacción absoluta (utilidad) por el examen de las elecciones, en sus escritos Friedman parece todavía identificar esos dos conceptos.

[16] Es fácil ver por qué se ha dejado esa tesis. Si se admite la identidad B(x) = u(x), como la formulación de Bernoulli ignora la dispersión de la utilidad (Elemento IV), se calificaría de irracional la actitud de un hombre prudente que da una gran importancia a esta dispersión.

ge estará de acuerdo en reconocer que se toman en consideración las probabilidades objetivas definidas por referencias o por frecuencias observadas experimentalmente

En estas condiciones la tesis central de los partidarios de la formulación de Bernoulli[17] es que para todo individuo racional existe necesariamente un índice B(x) tal que el valor V de una perspectiva está dado por la relación

$$B(V) = \sum_i p_i B(x_i) \qquad \textit{Ecuación 7}$$

con $\sum_i p_i = 1$, donde los p_i son probabilidades objetivas.

Desde su punto de vista, el indicador B(x) tiene en cuenta a la vez la deformación psicológica del valor monetario y el placer (o disgusto) más o menos grande asociado con la forma de la distribución de probabilidades de la utilidad; es decir, los elementos (A) I y (A) IV de nuestro análisis.

Es conveniente advertir que esos elementos no se califican de 'irracionales'. Se admite que un individuo 'racional' puede tener una escala de utilidad diferente de la escala del valor monetario, y una propensión más o menos grande para la seguridad o para el riesgo; que es, en fin, una cuestión de psicología más que de 'racionalidad'.

Veamos una argumentación que pone en duda la validez de la ecuación (7) para un hombre racional. La tesis es que la formulación de Bernoulli no sólo no puede representar convenientemente el comportamiento del hombre real, ni permite determinar la satisfacción absoluta, sino que, *hasta para un hombre racional*, la relación entre el valor V y las ganancias x_i tiene una forma mucho más compleja:

$$u(V) = f(x_1, x_2, ..., x_n, p_1, p_2, ..., p_n) \qquad \textit{Ecuación 8}$$

Por ello, *en general no existe un indicador B(x) que satisfaga la formulación de Bernoulli*.

Se puede decir que un hombre racional se comporta conforme al principio de Bernoulli, pero en ese caso su indicador se identifica necesariamente con la satisfacción absoluta, y entonces $B(x) \equiv u(x)$ (naturalmente en una forma lineal aproximada, vale recordarlo una vez más). Así, si actúa conforme al principio de Bernoulli es por su psicología particular en materia de riesgo, que lo hace indiferente a la dispersión de la utilidad. Pero no hay ninguna razón para que esto sea así en general.

Por esto la teoría psicológica del riesgo de la escuela americana ya desde sus axiomas no incluye el elemento específico de la psicología del riesgo, la dispersión de la utilidad (Elemento IV).

No nos deben ilusionar las sabias deducciones de la escuela americana. Sólo cuentan, en realidad, las premisas de que se parte y la interpretación de los resultados. La elaboración matemática de las deducciones, por más compleja que pueda ser, no tiene interés en sí misma. (Hay, por supuesto, un interés puramente matemático que no es relevante desde el punto de vista económico que nos ocupa.)

En ningún caso la complejidad y el valor científico de las deducciones pueden dar un valor científico a las premisas.

§ 16. Definición de racionalidad. Para enfrentar la formulación de Bernoulli la escuela americana parte de un sistema de axiomas o postulados. Ahora bien, es evidente que no se podrá definir en ningún caso la racionalidad por la obediencia a cualquiera de esos sistemas; pues en ese caso no habría más posibilidad de discutir nada.

La formulación de Bernoulli es equivalente a cualquiera de esos sistemas de axiomas, y si la racionalidad se define como comportarse según uno de los sistemas de axiomas de los que se la deduce, la discusión de la tesis según la cual un hombre racional debería comportarse según la fórmula de Bernoulli no tiene ningún interés. Es una proposición puramente tautoló-

[17] Particularmente Baumol, de Finetti, Friedman, Marschak, von Neumann Morgenstern, Samuelson y Savage.

gica, por lo tanto sin valor científico. Discutir la proposición 'un hombre racional debe adaptarse a la formulación de Bernoulli' puede tener sentido sólo si la racionalidad se define de otro modo que por referencia directa o indirecta a esa formulación.

Por tanto, es conveniente definir lo que se entiende por 'racionalidad'. Ahora, se pueden establecer dos definiciones posibles de racionalidad: una en un plano abstracto, de razonamiento, y otra desde la experiencia.

§ 17. Definición abstracta de racionalidad. Además de la seudo definición de racionalidad por conformidad con sus axiomas, los sostenedores de la formulación de Bernoulli no presentan una definición precisa. Debido a esta laguna vamos a recurrir a una definición que surge de la lógica científica: un hombre es racional cuando (a) persigue fines coherentes en sí mismos, y (b) emplea los medios apropiados a los fines perseguidos.

Estas dos condiciones tienen sus consecuencias:

1) el campo de la elección debe estar ordenado
2) si dos perspectivas son tales que la primera en todos los casos posibles tiene ganancias más elevadas que la segunda, se prefiere la primera (parece cómodo llamar a esta condición, con Massé y Morlat, axioma de preferencia absoluta)
3) se consideran probabilidades objetivas

Los puntos (1) y (2) se admiten de modo general; en cuanto al punto (3) parece difícil de sostener que puedan sustituirse las probabilidades objetivas por probabilidades subjetivas distintas ya que, desde el punto de vista científico, la utilización de probabilidades objetivas es una condición de eficacia de la acción.

Es importante destacar que los tres puntos son consecuencias de la condición de coherencia. No se puede admitir de ninguna manera admitir que el quinto axioma de Savage, de independencia, o el axioma de sustitución de Samuelson, cumplen esa condición.

El quinto axioma de Savage es el siguiente. Consideremos una urna que contiene n bolillas idénticas. Cada una tiene asociada una ganancia g_i con probabilidad 1/n. Esa perspectiva se puede representar geométricamente por una curva I escalonada, donde cada nivel se mide en la abscisa por una longitud 1/n, y cada ordenada es la ganancia x_i, ordenando de forma creciente las ganancias. Naturalmente, en el caso más general existirá curva continua del tipo II (Figura 6).

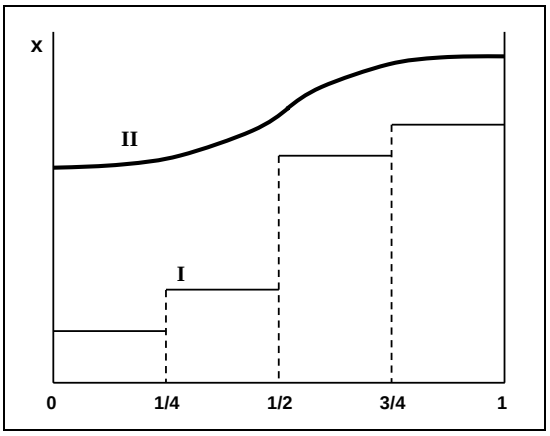


Figura 6

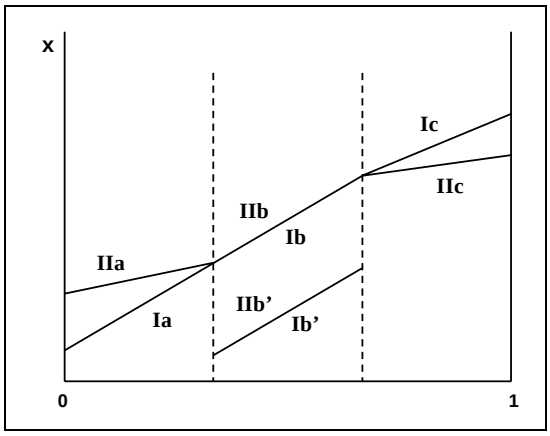


Figura 7

Este axioma afirma que si dos perspectivas I y II tienen una parte común Ib y IIb, se mantienen equivalentes cuando esa parte común experimenta una traslación que la ubica, por ejemplo, en Ib'y IIb'.

Ahora bien, si dos perspectivas equivalentes tienen una parte común no hay ninguna razón para que esa equivalencia subsista cuando se produce esa traslación. Al contrario, la traslación modifica la forma de la distribución de probabilidades de la utilidad.[18]

Tampoco se puede considerar que el axioma de sustitución de Samuelson representa un enfoque racional. Si (P_1) y (P_2) son dos perspectivas equivalentes que se expresan por la relación simbólica $(P_1) = (P_2)$ el axioma de sustitución implica que, siendo (P_3) una perspectiva cualquiera hay un α tal que

$$\alpha(P_1) + (1-\alpha)\,(P_3) \;=\; \alpha(P_2) + (1-\alpha)\,(P_3)$$

donde $[\alpha(P_1) + (1-\alpha)\,(P_3)]$ representa un billete de lotería que da la probabilidad α de ganar la perspectiva (P_1) y la probabilidad $(1+\alpha)$ de ganar la perspectiva (P_3). Este axioma implica que, se produzca o no el acontecimiento $E\alpha$, con probabilidad α, el individuo se encontrará en posesión de dos perspectivas equivalentes. Este punto de vista en realidad es inaceptable, pues supone que el primer sorteo, con probabilidades $[\alpha, (1+\alpha)]$, es neutro. (Ver § 28 y § 33)

En definitiva, con estas acotaciones la conducta racional más general se expresa, a nuestro entender, con la relación $u(V) = h[\psi(\gamma)]$, donde h es la función de densidad de las probabilidades objetivas $\psi(\gamma)$ de la utilidad γ, simplemente sujeta a que se verifique el axioma de preferencia absoluta.

No hay ninguna razón en particular para que la conducta de un individuo que no sigue la relación $u(V) = \sum_i p_i\, u(x_i)$ pueda considerarse irracional, pues no lo es una actitud psicológica ante el riesgo que tiene en cuenta la *dispersión* de la utilidad.

No es irracional un hombre prudente que prefiere tener una menor utilidad esperada (en términos de esperanza matemática) si con eso tiene una menor dispersión. Tampoco debe considerarse irracional un individuo que busca el riesgo por sí mismo, es decir, un individuo que prefiere tener una menor utilidad esperada a condición de disponer de la posibilidad de obtener una ganancia (psicológica) más grande. Se podría decir que tal individuo es imprudente, [19] como puede serlo en efecto, pero no que es irracional.

No hace falta destacar que, *además de la condición de coherencia, no hay criterio de racionalidad para los fines considerados en sí mismos*. Los fines son absolutamente arbitrarios. Buscar las perspectivas que tienen una gran dispersión puede parecer irracional a un hombre prudente, pero para quien tiene esa inclinación no hay nada en ella que sea irracional. Es lo mismo que en materia de gusto. Ellos son lo que son. Son los aspectos que diferencian a un individuo de otro.

§ 18. Definición empírica de racionalidad. Si no se quiere, o no se puede, recurrir a una definición abstracta de racionalidad, sólo es posible acudir a la experiencia, y observar *lo que hacen efectivamente los hombres que piensan que se comportan racionalmente*.[20]

[18] Más adelante, en § 27, se presenta una crítica detallada del quinto axioma de Savage.

[19] Aún en ciertos casos, un individuo prudente y racional puede perfectamente preferir la dispersión a la esperanza matemática.

[20] A nuestro juicio, los partidarios del principio de Bernoulli deberían dar una respuesta clara a estas preguntas: (1) ¿Definen ustedes o no la racionalidad por la conformidad a los axiomas que plantean? En la negativa, (2) ¿admiten una definición abstracta de racionalidad? ¿y cuál sería? De no existir una definición abstracta distinta a la que se establece por la conformidad con los axiomas, (3) ¿admiten que la racionalidad puede definirse por la observación del comportamiento de las personas que la opinión común considera como racionales?

2.2 LA REFUTACION DE LA FORMULACION DE BERNOULLI

§ 19. Condiciones de una refutación de la formulación de Bernoulli. Para refutar esta formulación, y debido a que ella pretende ser general, basta con presentar un solo ejemplo de comportamiento racional que no esté de acuerdo, sea con la formulación final, sea con cualquiera de los sistemas de postulados con los cuales es equivalente.

Con esto, nuestra refutación del principio de Bernoulli comprenderá dos partes. En la primera mostramos por qué, cuando la racionalidad se define de una manera abstracta, el comportamiento del hombre racional no sigue necesariamente el principio de Bernoulli. En la segunda, examinamos algunos comportamientos que la opinión común considera como racionales, y que son incompatibles con la formulación de Bernoulli. Para simplificar[21], la discusión se ubicará en el caso de una elección única.[22]

2.2. A) REFUTACION DEL PRINCIPIO DE BERNOULLI A PARTIR DE UNA DEFINICION ABSTRACTA DE RACIONALIDAD

§ 20. La racionalidad implícita en la formulación de Bernoulli. Si se admite la definición que hemos dado de la racionalidad (o alguna otra que se proponga, sin que sea una seudo definición que conduce a proposiciones tautológicas), las consecuencias de una conducta racional son:

(a) utilizar un campo ordenado de elección
(b) recurrir a probabilidades objetivas
(c) observar el axioma de preferencia absoluta[23]

Es fácil mostrar que resulta imposible deducir de esas tres propiedades la existencia de un indicador B(x) tal que

$$B(V) = \sum_i p_i B(x_i)$$

donde V es el valor de la perspectiva[24]

$$(x_1, x_2, ..., x_n, p_1, p_2, ..., p_n)$$

El resultado es que:

1) Para ser racional un individuo no debe necesariamente comportarse como requiere el principio de Bernoulli
2) En realidad, las consecuencias de la definición abstracta de la racionalidad son menos restrictivas que los axiomas de la escuela de Bernoulli; esos axiomas contienen algo más, ¡que puede ser irracional!

§ 21. Ejemplos de comportamiento que satisface el axioma de preferencia absoluta y no satisface la formulación de Bernoulli. Es fácil dar ejemplos particularmente simples que satisfacen el criterio de preferencia absoluta sin satisfacer el principio de Bernoulli.

---

[21] Ver § 12 y § 35.

[22] Que, por otra parte, es el esquema que utilizan los seguidores de la escuela americana.

[23] Es necesario destacar que no definimos la racionalidad por el axioma de preferencia absoluta. Si lo hiciéramos caeríamos en el mismo error que la escuela americana. El axioma de preferencia absoluta no es más que una consecuencia del carácter coherente consigo mismos que deberían tener los fines perseguidos por un individuo.

[24] Ver la demostración en Allais 1952 § 55.

§ 22. (1) La elección entre diferentes ganancias *x* con probabilidad *p*. Supongamos que un individuo debe elegir entre perspectivas, donde cada una proporciona la ganancia x_i con probabilidad p_i; y supongamos que su índice de indiferencia es

$$U = f(x, p) \qquad \textit{Ecuación 9}$$

Esta función satisface el criterio de preferencia absoluta si

$$\frac{\partial f}{\partial x} > 0 \qquad \frac{\partial f}{\partial p} > 0 \qquad \textit{Ecuación 10}$$

pero no satisface en general la formulación de Bernoulli, pues ella exigiría que se cumpla

$$U = f[p\, B(x)] \qquad \textit{Ecuación 11}$$

donde F y B son funciones crecientes o, dicho de otro modo, el índice de preferencia es una función creciente del producto p B(x).

O sea que también se verifica que la formulación de Bernoulli es mucho más restrictiva.

§ 23. (2) La elección entre perspectivas gaussianas. Supongamos que un individuo debe elegir entre diferentes perspectivas (P) que se caracterizan por distribuciones de Gauss de media M y desviación estándar σ, y que, para efectuar esa elección, sus líneas de indiferencia son de la forma

$$U = f(M, \sigma) \qquad \textit{Ecuación 12}$$

Para que se verifique el axioma de preferencia absoluta es fácil mostrar que es necesario y suficiente que, para un valor dado de σ, el índice U es una función creciente de M, es decir que

$$\frac{\partial f}{\partial M} > 0 \qquad \textit{Ecuación 13}$$

Y también es fácil ver que, en general, no existe ningún indicador B(x), función creciente de *x* para todo valor de *x*, tal que se pueda tener

$$f(M, \sigma) = \int_{-\infty}^{x} B(x) \frac{e^{-\left[\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right]}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\, dx \qquad \textit{Ecuación 14}$$

Se verifica también en este ejemplo que la formulación de Bernoulli es mucho más restrictiva que las consecuencias exclusivas de la racionalidad.

§ 24. (3) La elección entre diferentes perspectivas de ganancia media M y la probabilidad q de superar P. Supongamos que un individuo debe elegir entre diferentes perspectivas donde alguna se caracteriza por una ganancia media M y una probabilidad q de perder más que P.

Fácilmente se puede verificar que todo campo de elección

$$U = f(M, q) \qquad \textit{Ecuación 15}$$

satisfará el axioma de preferencia absoluta con la condición de que

$$\frac{\partial U}{\partial M} > 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial q} < 0 \qquad \textit{Ecuación 16}$$

Y se puede mostrar que, en general, esa psicología no satisface la formulación de Bernoulli; sólo lo hace una función del tipo

$$U = f(M - a\,q) \qquad \textit{Ecuación 17}$$

donde a es una constante positiva.

También se verifica que un campo de elección del tipo (15) y (16) satisface el axioma de preferencia absoluta y no la formulación de Bernoulli.

Indiquemos, finalmente, que la imposibilidad de que la formulación de Bernoulli refleje la psicología de un individuo que intercambia la esperanza matemática de ganancias monetarias y la probabilidad de perder una suma superior a un valor dado, también existe cuando el intercambio tiene lugar entre la esperanza matemática asociada con la utilidad y la probabilidad de una pérdida mayor a un valor dado.

En estos tres ejemplos no se ve muy bien por qué la conducta se consideran irracionales.

2.2. B) REFUTACION DEL PRINCIPIO DE BERNOULLI A PARTIR DE UNA DEFINICION EMPIRICA DE RACIONALIDAD

§ 25. En lugar de una definición abstracta de racionalidad que no conduzca a proposiciones tautológicas, se puede recurrir a una definición empírica a partir de la observación de lo que hacen los hombres racionales que están al corriente del cálculo de probabilidades. En ese caso es posible oponer al principio de Bernoulli, o a cualquiera de los sistemas de axiomas o postulados equivalentes, los siguientes hechos empíricos.

§ 26. (1) El comportamiento de los hombres muy prudentes en elecciones que implican sumas pequeñas. En este dominio, para valores pequeños de ganancias *g*, se puede considerar que la variación del indicador B(x) es sensiblemente lineal; en ese caso se elimina el elemento no lineal. Si existe un indicador de Bernoulli, se deberá tener $V = \sum p_i\, x_i$ o, dicho de otro modo, el valor de una perspectiva será igual a su esperanza matemática.

La experiencia muestra que la gente muy prudente, y que la opinión común considera racional, puede preferir 40 francos seguros a una probabilidad sobre dos de ganar 100 francos, o aún 400 francos seguros a una posibilidad sobre dos de ganar 1.000 francos. Cuando se plantea la cuestión, naturalmente, se debe precisar bien que se trata de una oferta única que no se repetirá, y el resultado es consecuencia de una elección única.[25]

Esta constatación empírica es incontestable, y no veo bien cómo, desde un punto de vista racional, se puede criticar a un individuo que tiene una marcada preferencia por la seguridad. Este comportamiento anula el fundamento del planteo de la escuela americana.[26]

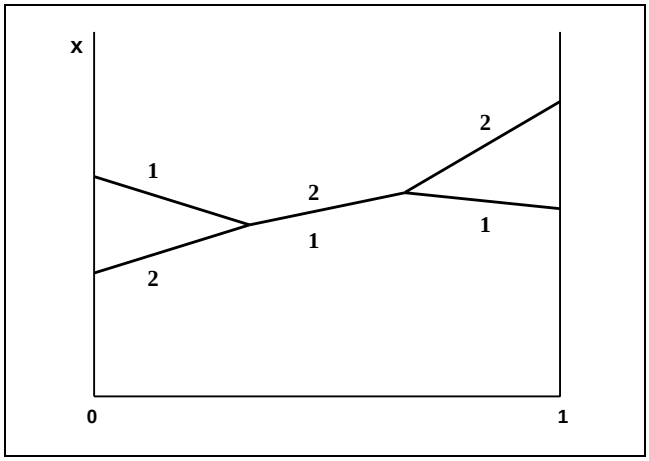
§ 27. (2) Las elecciones aleatorias cercanas a la certeza ponen en jaque el principio de independencia de Savage. A partir del quinto axioma de Savage el orden de preferencia de dos perspectivas (1) y (2) (Figura 8) que tienen una parte común no se modifica por cualquier desplazamiento de esa parte. Esto se puede denominar principio de independencia, y pone en evidencia un carácter fundamental de la formulación de Bernoulli.

---

[25] Ver § 12 y § 35

[26] Destaquemos que Savage nos ha objetado que ese comportamiento puede explicarse por una curvatura muy fuerte del indicador. Esta explicación que parece, a priori, poco verosímil, es posible teóricamente, pero en la práctica se ve invalidada por el hecho de que el indicador que se determina con el análisis de otras elecciones tiene necesariamente una curvatura débil para las sumas pequeñas. Esto muestra que, en general, no existe un indicador susceptible de explicar las elecciones a través de la formulación de Bernoulli. El sondeo que efectuamos después del coloquio de Mayo de 1952 ha dado resultados decisivos para este criterio, y se publicará próximamente.

Figura 8



Es fácil presentar numerosos ejemplos en los cuales gente considerada como perfectamente racional responde de modo contrario a este axioma fundamental de Savage; y eso sin ninguna vacilación.[27]

Para esto es suficiente, en general, colocarse en casos extremos donde la ventaja (o desventaja) de la complementariedad es muy notoria. Tal es el caso particular de las elecciones entre ganancias ciertas y ganancias aleatorias, cuando las ganancias tienen un gran valor con referencia a la fortuna del jugador. En ese caso se pone en evidencia la considerable importancia psicológica que puede tener, en sí misma, la certeza.

Las figuras 9 y 10 muestran la representación geométrica de estas dos preguntas:

(1) ¿Prefiere usted la situación A a la B?

Situación A: Certeza de recibir 100 millones

Situación B:
- 10 posibilidades sobre 100 de ganar 500 millones
- 89 posibilidades sobre 100 de ganar 100 millones
- 1 posibilidad sobre 100 de no ganar nada

(2) ¿Prefiere usted la situación C a la D?

Situación C:
- 11 posibilidades sobre 100 de ganar 100 millones
- 89 posibilidades sobre 100 de no ganar nada

Situación D:
- 10 posibilidades sobre 100 de ganar 500 millones
- 90 posibilidades sobre 100 de no ganar nada

Si es válido el postulado de Savage la preferencia $A > B$ debe llevar a la preferencia $C > D$.

Ahora bien, la mayor parte de la gente prudente, cuya curva de satisfacción no es muy marcada y que la opinión común considera como racionales, responde $A > B \quad C < D$. Y esto se opone al quinto axioma de Savage.

La esperanza matemática de las situaciones A, B, C y D es (en millones de francos) $a = 100$, $b = 139$, $c = 11$, $d = 50$.

[27] En el sondeo mencionado utilizamos ejemplos de ese tipo. Indiquemos aquí que todos las pruebas a las que hemos recurrido se inspiraron en la idea fundamental de que la utilidad de una ganancia con probabilidad dada no es independiente de las ganancias asociadas que tienen otras probabilidades, tal como lo plantea la hipótesis de Bernoulli.

Figura 9

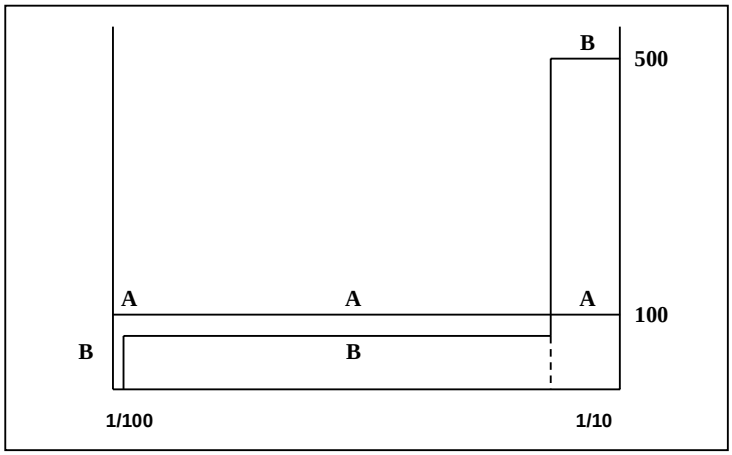
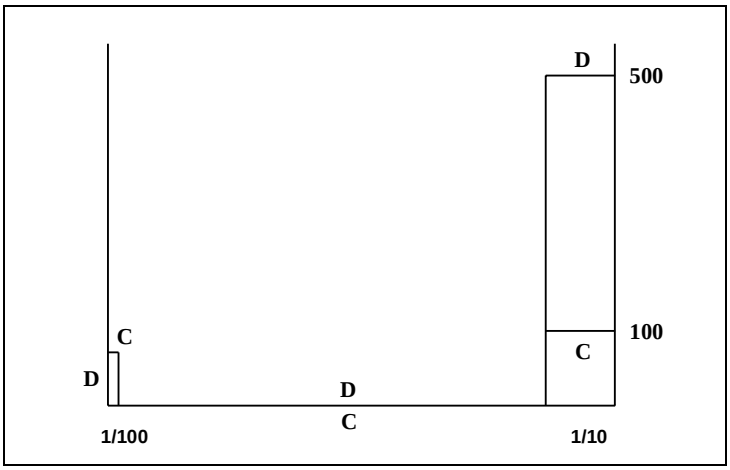


Figura 10



Según la curva de su satisfacción y la ventaja de la seguridad la mayor parte de la gente prudente prefiere A, a pesar de que su esperanza matemática es inferior en aproximadamente 40% a la de B; pero la curvatura de su satisfacción no parece suficiente como para que no prefieran D a C, teniendo en cuenta la relación de 1 a 5 de las esperanzas matemáticas. Hay que destacar que en las preguntas C y D es poco el efecto de complementariedad que corresponde una posibilidad sobre 100 de no ganar nada.

Este ejemplo muestra bien el *carácter seudo evidente* del axioma V de Savage. *Si tantos admiten tan fácilmente este axioma es porque no perciben todas las consecuencias de la certeza; lejos de ser racionales, en ciertas situaciones psicológicas son irracionales.* (Por ejemplo en el caso expuesto, en el que se examina a un individuo muy prudente, para el cual la utilidad crece de modo apreciable en las cercanías de 100 millones.)

§ 28. (3) Las elecciones cercanas a la certidumbre desvirtúan el principio de sustitución de Samuelson. El axioma de sustitución de Samuelson afirma que, con las notaciones de § 17, si

$$(P_1) < (P_2) \qquad \textit{Ecuación 18}$$

debe ser

$$(P'_1) \equiv \alpha(P_1) + (1-\alpha)(P_3) < (P'_2) \equiv \alpha(P_2) + (1-\alpha)(P_3) \qquad \textit{Ecuación 19}$$

donde (P_3) y α son, respectivamente, una perspectiva y una probabilidad cualesquiera.

De este modo el orden de preferencia de (P_1) y (P_2) no se invierte por la composición con una perspectiva cualquiera (P_3). Esto significa que no hay ningún efecto de complementariedad que pueda cambiar el orden de preferencia.[28]

Con esto, es fácil encontrar ejemplos de comportamientos de hombres considerados racionales que invalidan este axioma. Es suficiente buscar casos donde (P_3) tiene con (P_1) y (P_2) efectos de complementariedad o de sustitución, que pueden cambiar el orden de preferencia.

Supongamos, por ejemplo, que (P_2) es una ganancia cierta y (P_1) una ganancia aleatoria. Entonces, toda perspectiva compuesta (P'_1) hace perder la certeza (es decir, la ventaja de complementariedad) asociada con el lado derecho de la desigualdad de ecuación 18, y no pasa lo mismo en el lado izquierdo.

Así utilizando las notaciones del § 12, consideremos los siguientes casos:

$$P_1 \begin{cases} 98/100 & 500 \text{ millones} \\ 2/100 & 0 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} \text{Certeza de} \\ 100 \text{ millones} \end{cases} \qquad P_3 \begin{cases} \text{Certeza de} \\ 1 \text{ franco} \end{cases}$$

La experiencia muestra que la gente racional y prudente prefiere la certeza de 100 millones a 98 posibilidades (chances) sobre 100 de ganar 500 millones, con 2 posibilidades sobre 100 de no ganar nada. Por eso

$$(P_1) < (P_2) \qquad \textit{Ecuación 20}$$

Pero la experiencia también muestra que se puede preferir 0,98 posibilidades sobre 100 de ganar 500 millones (con 4,9 millones como esperanza matemática) a una posibilidad sobre 100 de ganar 100 millones (cuya esperanza matemática es 1 millón) porque, cuando se está lejos de la certeza, se pondera la utilidad según las probabilidades, es decir, se sigue la regla

$$u(V) = \sum p_i \, u(x_i)$$

y la función u(x) es tal que la utilidad de 500 millones es más grande que la utilidad de 100 millones.

Ahora bien, esta segunda preferencia indica que, para esos individuos,

$$(P'_1) \equiv 1/100(P_1) + 99/100(P_3) > (P'_2) \equiv 1/100(P_2) + 99/100(P_3)$$

En efecto,

$$(P'_1) = 1/100(P_1) + 99/100(P_3) \equiv \begin{cases} 0{,}98/100 & 500 \text{ millones} \\ 99/100 & 1 \text{ franco} \\ 0{,}02/100 & 0 \end{cases}$$

$$\text{que prácticamente es } \begin{cases} 0{,}98/100 & 500 \text{ millones} \\ 99{,}02/100 & 0 \end{cases}$$

---

[28] Si hacemos un paralelo con los bienes físicos esto se hace evidente. Supongamos que considero 3 muebles (M_1), (M_2) y (M_3), y que prefiero (M_2) a (M_1), es decir,

$$(1) \qquad (M_1) < (M_2)$$

De esto no necesariamente resulta que

$$(2) \qquad (M_1 + M_3) < (M_2 + M_3)$$

pues el mueble (M_3) puede tener con (M_1) un carácter de complementariedad que no tiene con (M_2); y ese carácter puede revertir la preferencia. La condición (1) lleva, en todo caso, a la condición (2) si los bienes son independientes. Como una consecuencia de la hipótesis de los bienes físicos tenemos la relación

$$(3) \qquad U'(A, B, ..., C) = \phi(A) + \phi(B) + ... + \phi(C)$$

donde U' es la satisfacción absoluta, o al menos

$$(4) \qquad U'(A, B, ..., C) = F[\phi(A) + \phi(B) + ... + \phi(C)]$$

donde ϕ es la satisfacción ordinal y F una función creciente cualquiera. Se ve que existe una relación estrecha entre esta hipótesis y el principio de Bernoulli.

y

$$(P'_2) = 1/100(P_2) + 99/100(P_3) \equiv \begin{cases} 1/100 & 100 \text{ millones} \\ 99/100 & 1 \text{ franco} \end{cases}$$

$$\text{que prácticamente es } \begin{cases} 1/100 & 100 \text{ millones} \\ 99/100 & 0 \end{cases}$$

Esta es una constatación empírica que invalida el principio de sustitución de Samuelson.

Por otra parte, pensamos que nadie puede decir que esos hombres actúan de una manera irracional por darle un gran valor a la certeza y, lejos de la certeza, ponderar la utilidad según sus probabilidades. Si alguien dice eso, sería muy interesante conocer su argumentación.

§ 29. (4) El comportamiento de los empresarios cuando son posibles pérdidas grandes. La experiencia muestra que los empresarios prudentes se comportan como si hicieran algún tipo de intercambio entre la ganancia probable M y la probabilidad q de una pérdida superior a P; dicho de otra manera, su indicador de indiferencia es del tipo[29]

$$U = f(M, q) \qquad \textit{Ecuación 21}$$

con

$$\frac{\partial U}{\partial M} > 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial q} < 0 \qquad \textit{Ecuación 22}$$

Si la probabilidad *q* asociada con una operación es grande hace que la ganancia probable deba ser también grande para que se realice. Quienes son muy prudentes sencillamente no tendrán en cuenta las perspectivas que tienen una probabilidad de pérdida superior a un cierto valor.

Ahora bien, hemos visto que una preferencia del tipo de la ecuación (21) satisface el axioma de preferencia absoluta, y puede también satisfacer la formulación de Bernoulli si es de la forma (ver § 24)

$$U = f(M - a\,q)$$

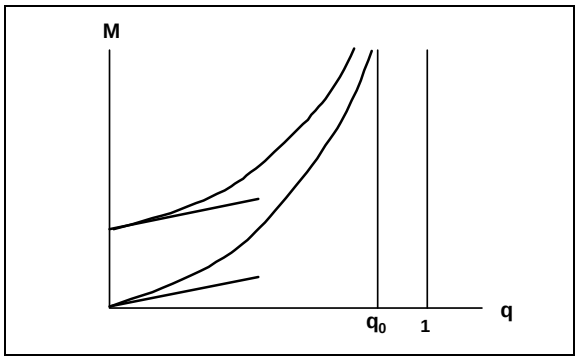
Con esto advertimos algo que parece psicológicamente muy natural y en verdad muy racional: M crece mucho más rápidamente que q para un nivel de satisfacción dado. Esto excluye completamente una forma lineal de las curvas de indiferencia.[30]

---

[29] Tal sería el caso de un jugador, que veremos en § 35, que necesariamente intercambia la ganancia probable después de n apuestas y su probabilidad de ruina.

[30] En realidad, podríamos considerar como irracional el siguiente caso: un hombre que, en cada elección, decide realizar un intercambio entre la ganancia probable M y la probabilidad q de soportar una pérdida superior a una cierta suma X y, por ser M y q pequeños se comporta según el principio de Bernoulli; pero rehúsa participar en una empresa que implica, según él, una probabilidad superior al 90% de perder la suma X.

Las curvas de indiferencia de este individuo tendrían una forma incompatible con la formulación de Bernoulli.

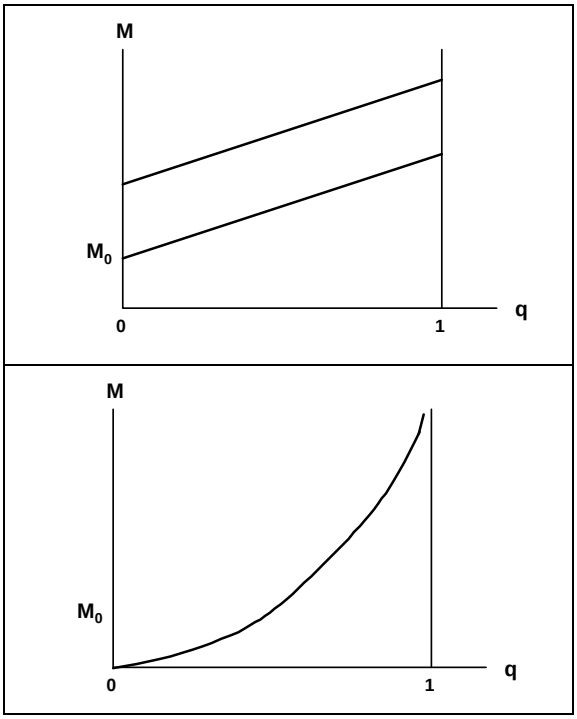


En todo caso, las formas de comportamiento que corresponden a funciones $U = f(M, q)$ y que satisfacen las condiciones de la ecuación (22) parecen psicológicamente aceptables, y no se ve por qué se podrían calificar de irracionales.[31]

Es fácil mostrar con un ejemplo a qué consecuencias inadmisibles conduce la formulación de Bernoulli. Consideremos un hombre cuya riqueza es de 5 millones, y que (1) dice que elige entre diferentes perspectivas haciendo un intercambio entre la ganancia media M y la probabilidad de pérdida P; (2) acepta participar en un juego con una probabilidad $(1-10^{-9})$ de ganar 100 millones y una probabilidad 10^{-9} de perder su riqueza; (3) rehúsa participar de un juego donde, cualquiera sea la ganancia, tiene una probabilidad $(1-10^{-9})$ de perder su fortuna y una probabilidad de 10^{-9} de ganar.

¿Quién podrá pretender que este hombre es irracional? Acepta la primera perspectiva porque le da una absoluta certeza práctica de ganar 100 millones[32]. Y rechaza la segunda porque le da absoluta certeza práctica de arruinarse. Es fácil ver que tal comportamiento es totalmente contradictorio con la formulación de Bernoulli.[33]

Si, por otra parte, se supone algo que parece psicológicamente admisible, que hay continuidad en la psicología del riesgo, es absolutamente imposible una forma lineal del tipo $U = f(M - a\,q)$.



Consideremos, en efecto, una suma M donde la utilidad sea grande, por ejemplo $M_0 = 1$ millón. Sobre la misma curva de indiferencia será $1 = M - a\,q$.

Esta relación significa que toda perspectiva proporciona una ganancia probable de M millones con una probabilidad q de pérdida de 1 millón.

Para q = 1 la pérdida es cierta, y el valor de una pérdida cierta no puede ser igual a la unidad cualquiera sea la ganancia probable. La formulación es psicológicamente inadmisible, ya que ninguna curva de indiferencia puede cortar la vertical q = 1.

[31] Es interesante destacar que si la regla de comportamiento es tal que no se considera ninguna perspectiva con probabilidad q superior a ε de una pérdida superior a P; y si el criterio de elección entre las perspectivas restantes es la maximización del valor probable de la utilidad; entonces, la formulación de Bernoulli es compatible con ese comportamiento. Bastaría, en efecto, tomar para B(x) el valor α para todas las ganancias inferiores a P. Pero la psicología confirma una cierta dependencia entre ese valor probable y la probabilidad *q*. Y en este caso la formulación de Bernoulli no se verifica.

[32] Recordemos que Borel 1939, pág.108, determina que una probabilidad de 10^{-6} se considera despreciable a la escala humana; de ahí que se puede pensar que una probabilidad $(1 - 10^{-9})$ equivale, desde el punto de vista humano, a la certeza.

[33] Por lo ya visto, para el individuo considerado $U = f(M - a\,q)$. Decir que acepta participar en un juego que le da una probabilidad $(1 - p_0)$ de ganar n_0 millones y una probabilidad p_0 de arruinarse, es decir, de perder su fortuna F, implica que

$$F < (1 - p_0)\, n_0 - p_0\, F - a\, p_0$$

Decir que rehúsa participar en un juego, cualquiera sea la ganancia n_1 millones, si tiene una probabilidad $(1 - q_1)$ de arruinarse, implica que

Se puede objetar que se trata de un caso límite. Pero, para poner en evidencia las consecuencias absurdas de una teoría, no se puede más que recurrir a casos en los que el absurdo resulta notorio, es decir a casos límites. Y basta un solo caso en el que se manifieste el error de la formulación de Bernoulli para ponerla en duda en forma general.

En las elecciones individuales se observa muy seguido un comportamiento análogo al que siguen los hombres a la vez razonables y prudentes. Estos hombres se fijan una pérdida máxima que no quieren en ningún caso superar, porque hacen un intercambio entre la esperanza matemática y su probabilidad de pérdida. En esto no siguen lo que indica la esperanza matemática M del valor monetario *x*, sino la esperanza matemática μ de la utilidad γ, de modo que se tiene

$$U = U(\mu, q)$$

Como hemos indicado, este comportamiento es incompatible con la formulación de Bernoulli salvo en el caso excepcional donde la utilidad depende en forma lineal de la ganancia monetaria y donde U es de la forma (ver § 24)

$$U = U(M - a\,q)$$

§ 30. El comportamiento del hombre racional y la existencia de un indicador de Bernoulli. Por todo esto resulta, tanto de la definición abstracta de racionalidad como de la observación del comportamiento de hombres que piensan que son racionales, que para un hombre racional no existe en general un indicador B(x) tal que la situación óptima pueda definirse como maximizar la esperanza $\sum p_i\, B(x_i)$.

2.3 EXAMEN CRÍTICO DE CIERTOS ASPECTOS DE LAS TEORIAS DE LA ESCUELA AMERICANA

§ 31. La discusión anterior muestra la oposición que existe, teórica y empíricamente, entre la formulación de la escuela americana y un comportamiento racional.

Para disipar ciertas dificultades que puedan subsistir en la comprensión de alguien habituado a la formulación de Bernoulli puede ser útil agregar consideraciones sobre algunos puntos centrales de las teorías de la escuela americana.

§ 32. (1) Diferencia entre el indicador de Bernoulli y la utilidad. Como indicamos (§ 15), es evidente que si el indicador de Bernoulli se identifica con la utilidad esa formulación no podría tener en cuenta la dispersión de la utilidad. Por esto los partidarios de la formulación de Bernoulli sostienen que su indicador es distinto de la utilidad.

Ahora bien, a nuestro criterio hay poderosas razones para pensar que precisamente cuando existe un indicador de Bernoulli, sus dos componentes no son más que uno. (Con una transformación lineal aproximada, naturalmente).

$$F > q_1\, n_0 - (1 - q_1)\, F - a\,(1 - q_1)$$

cualquiera sea n_1.

Estas dos condiciones son contradictorias, porque se puede tener

$$\frac{q_1\, n_1 - (2 - q_1)\, F}{1 - q_1} < \frac{(1 - p_0)\, n_0 - (1 + q_0)\, F}{p_0}$$

cualquiera sea n_1.

El ejemplo anterior puede escribirse *prácticamente*

$$p_1 < 195 \times 10^{18}$$

Para revertir la desigualdad hay que tomar un valor de n_1 enorme, *pero nada nos lleva a eso*, porque se supone que el individuo mantiene su elección (3) cualquiera sea n_1.

Es evidente que este ejemplo se vincula con lo mencionado sobre la imposibilidad de concebir curvas de indiferencia que corten la vertical q = 1.

(a) En principio, se puede indicar que en todos los casos experimentales que pueden analizarse sin discusión posible y en los que la psicología del individuo implica tener en cuenta la dispersión de la utilidad, no es válido el principio de Bernoulli. Cuando el individuo es insensible a la dispersión de la utilidad existe *por hipótesis* un indicador de Bernoulli que se identifica entonces con la utilidad, por lo que se puede concluir que, *cuando existe*, el indicador de Bernoulli se confunde con la utilidad.

(b) Supongamos que existe efectivamente un indicador de Bernoulli y consideremos la formulación

$$B(V) = \sum_i p_i B(x_i) \qquad \textit{Ecuación 23}$$

donde p_i son probabilidades subjetivas, iguales a las probabilidades objetivas para un hombre racional.

Sean E_1, E_2, ..., E_n acontecimientos con probabilidad p_1, p_2, ... p_n que, cuando ocurren, dan lugar a las ganancias x_1, x_2, ..., x_n; y supongamos (esta hipótesis es esencial) que el individuo hace su elección examinando a posteriori cada x_i, sin tener en cuenta los restantes valores. Esta es la hipótesis fundamental de la escuela americana.

Supongamos, entonces, que las ganancias x_i aumentan en Δx_i, pero que todas son inferiores a sus mínimos perceptibles Δx_{mi}. En cada eventualidad por separado se puede deducir que el valor V de la perspectiva considerada crece a un ritmo ΔV menor al mínimo perceptible ΔV_m correspondiente al nivel de ganancia V.

De igual manera, si los aumentos Δx_i son mayores que sus mínimos perceptibles Δx_{mi}, el aumento ΔV es mayor al mínimo perceptible ΔV_m que corresponde a V.

Entonces, si se tiene

$$\Delta x_i = \Delta x_{mi} \qquad \textit{Ecuación 24}$$

para todo *i* debe ser también [34]

$$\Delta V = \Delta V_m \qquad \textit{Ecuación 25}$$

Es fácil mostrar que con estas dos condiciones la escala del indicador B(V) se identifica necesariamente con la escala de la utilidad en una forma lineal aproximada.[35]

---

[34] Esta igualdad resulta de que la utilidad de la ganancia x_i con probabilidad p_i se supone independiente de las ganancias asociadas con las otras probabilidades. Es evidente que la utilidad del conjunto de ganancias aleatorias complementarias es más grande que la suma de las utilidades cuando se consideran aisladamente, el aumento ΔV de V es mayor a ΔV_m cuando todos los Δx_i son iguales a sus mínimos perceptibles Δx_{mi}.

[35] Como los escalones psicológicos equivalentes son iguales a un mismo múltiplo de los mínimos perceptibles, esta significa que si todos los incrementos Δx_i de los x_i corresponden a escalones equivalentes, el aumento correspondiente ΔV de V corresponderá también al valor común de esos escalones.

Dicho de otra manera, si *e* es una constante cualquiera, se tiene

(1) $u(x_i + \Delta x_i) - u(x_i) = e$

cualquiera sea i, y también (2) $u(V + \Delta V) - u(V) = e$

Entonces, (3) $B(V) = \sum_i p_i B(x_i)$,

(4) $B(V + \Delta V) = \sum_i p_i B(x_i + \Delta x_i)$.

Si (5) $\gamma = u(x)$, $\omega = u(V)$

se tendrá (6) $B(x) = \beta(\gamma)$, $B(V) = \beta(\omega)$

siendo β una cierta función creciente.

Resulta así que la función β debe ser tal que la relación

(7) $\beta(\omega) = \sum p_i \beta(\gamma_i)$

De este modo, si existe un indicador de Bernoulli, se concluye que se identifica con la utilidad.[36]

Por esto, la formulación de Bernoulli implícitamente no tiene en cuenta la dispersión de la utilidad (Elemento IV de nuestro análisis), que constituye, precisamente, el factor específico del riesgo.

§ 33. (2) El carácter de evidencia racional del principio de sustitución de Samuelson. Con la notación del § 17 el axioma de sustitución de Samuelson puede expresarse de la siguiente manera.[37]

Si

$$(P_1) = (P_2) \qquad \textit{Ecuación 26}$$

debe ser

$$\alpha(P_1) + (1-\alpha)(P_3) = \alpha(P_2) + (1-\alpha)(P_3) \qquad \textit{Ecuación 27}$$

cualesquiera sean α y (P_3).

Como antes, designaremos con (P'_1) y (P'_2) las diferentes perspectivas escritas en el primero y segundo miembro de la ecuación (27).

Hemos dicho (§ 28) que ese axioma no es válido frente al comportamiento de hombres que la opinión general considera como racionales. Nos queda por mostrar por qué esto es así.

El razonamiento de Samuelson (1952) es el siguiente. Consideremos billetes de lotería correspondientes a las perspectivas (P'_1) y (P'_2) y supongamos que debe elegirse uno. Si se produce el acontecimiento con probabilidad $(1-\alpha)$ se obtiene con los dos billetes la misma perspectiva (P_3), y ambos son equivalentes. Si, al contrario, se verifica el acontecimiento con probabilidad α, el primer billete proporciona (P_1) y el segundo (P_2). Como la perspectiva (P_1) es equivalente a (P_2) por hipótesis, el segundo billete no es ni más ni menos ventajoso que el primero.

A primera vista esta argumentación parece extremadamente seductora, y su carácter de evidencia muy natural.[38] Sin embargo, la argumentación es falaz, como lo son todas las que se presentan para justificar el carácter de racionalidad evidente de los axiomas de la teoría americana.

---

debe llevar a la relación (8) $\beta(\omega + e) = \sum p_i \, \beta(\gamma_i + e)$

cualquiera sea *e*. Es fácil ver que esta condición exige que

(9) $\beta = \lambda\gamma + \mu$

o sea (10) $\beta = \lambda a^{\gamma} + \mu$

La condición (10) es psicológicamente inaceptable, ya que no puede representar las situaciones donde $u(V) = \sum_i p_i \, u(x_i)$, que manifiestamente son posibles.

En estas condiciones se tiene necesariamente la relación (9), y el indicador de Bernoulli es igual a la satisfacción absoluta.

Además, de acuerdo con la formulación (10), es evidente que una relación tan restrictiva del indicador B(x) a la satisfacción absoluta u(x) no puede tener en cuenta, en forma general, la distribución de probabilidades de la utilidad, que dependen de un gran número de parámetros.

[36] Si se adopta el punto de vista de quienes justifican la regla de la esperanza matemática por la ley de los grandes números, es evidente que se deberá adoptar la regla

(1) $u(V) = \sum_i p_i \, u(x_i)$.

Y resultará que necesariamente la utilidad $u(x_i)$ se identifica, en forma aproximadamente lineal, con el indicador de Bernoulli. Se tiene así un tercer argumento en favor de la identidad

(2) $B(x) \equiv u(x)$

[37] Este axioma en el fondo es una variante del axioma III.C.b. de von Neumann-Morgenstern y del cuarto postulado de Marschak. Esto último se deduce del axioma de Samuelson haciendo $(P_3) = (P_1)$.

[38] De todos los axiomas de la escuela americana es, de lejos, el más atractivo.

Pues cuando el individuo debe elegir no conoce el resultado del sorteo; su decisión es ex ante, mientras que el razonamiento de Samuelson la coloca ex post. Hay una diferencia considerable entre uno y otro: el razonamiento ex post elimina un elemento esencial en la forma de composición de las perspectivas.

En realidad, el punto de vista ex ante es el único correcto en materia de elecciones. Si uno se ubica ex post elimina el elemento esencial del riesgo: la importancia de la forma de la distribución probabilística.[39]

Esta eliminación se hace manifiesta en los casos extremos como el que discutimos en § 28, pero existe siempre.

Retomando ese ejemplo se puede decir con Samuelson que, como un individuo prefiere 100 millones seguros a 98 probabilidades sobre 100 de ganar 500 millones, si se produce el acontecimiento con probabilidad 1/100; y que, de producirse el acontecimiento con probabilidad 99/100, obtiene 1 franco en todos los casos; entonces, debe preferir 1 posibilidad sobre 100 de ganar 100 millones a 0,98 posibilidades sobre 100 de ganar 500 millones. Pero es evidente que se razona a posteriori, y al considerar las dos eventualidades posibles cuando el primer sorteo ya se ha realizado *se agrega subrepticiamente una nueva condición*.

Personalmente prefiero sin ninguna vacilación (P_2) a (P_1) y (P'_1) a (P'_2), aún conociendo la formulación de Samuelson, y la mayor parte de los lectores estará en el mismo caso.[40]

Y los que hacemos esto no pensamos que somos irracionales, y nos damos cuenta perfectamente que 2 posibilidades sobre 100.000 es algo que puede dejarse de lado. Pero también pensamos que si no hay algo que compense la disminución de ganancia posible de 500 a 100 millones, obtener certeza al pasar la probabilidad de 98/100 a 1 justifica plenamente esa menor ganancia. Esta es una actitud muy calculadora, muy reflexiva y, si hemos enfrentado esas elecciones, comprendemos que es difícil que algo nos haga cambiar de actitud. *Nuestra psicología es tal que preferimos más la seguridad o la cercanía de la certeza que la proximidad de grandes riesgos; y esto no puede ser visto, de ningún modo, como irracional.*

El axioma de sustitución puede verse como una condición de coherencia de las elecciones que son independientes de las perspectivas; pero ésta no es una situación general.

Se entiende perfectamente que uno haga un gran esfuerzo para llevar algo a la perfección cuando sólo desentona un pequeño detalle, aunque ese detalle en forma aislada parezca total-

---

[39] En todo caso conviene destacar que el razonamiento de Samuelson reintroduce subrepticiamente el caso del sorteo sucesivo, mientras que la única forma correcta de atacar el problema es considerar una elección única, según se indica en § 12 y § 35. La asimilación que hace Samuelson de un solo sorteo a dos sorteos sucesivos parece que contiene además la ley de los grandes números, cuya consecuencia es la formulación de Bernoulli, ya que conduce finalmente a asimilar un solo sorteo con una infinidad de sorteos sucesivos.

Es útil un paralelo con el caso de los bienes físicos. Sea

$$(1) \qquad U = u(A, B, ..., C)$$

la superficie de indiferencia. El axioma de Samuelson dice que cuando he consumido una cantidad A_0 de (A), dos combinaciones (A_1, B_1) y (A_2, B_2) equivalentes antes del consumo de A_0 lo son también después de ese consumo. Se puede objetar que en el caso del riesgo no hay ningún consumo de un bien material en el primer sorteo $[\alpha, (1-\alpha)]$, pero la naturaleza del problema lleva a un 'consumo de riesgo', y el primer sorteo no se considera neutro.

[40] Al menos aquéllos para los cuales una suma de 500 millones es desde el punto de vista psicológico nítidamente diferente a otra de 100 millones; para aquellos que no tienen una distinción neta entre 100 y 500 millones no hay duda que la actitud racional será preferir (P'_1) a (P'_2). Pero para éstos es posible rehacer la prueba con 500 millones y 10 millones y, si no es suficiente todavía, con 5 francos y 1 millón. Siempre habrá una región en la cual no sea válido el axioma de sustitución de Samuelson.

Hay que destacar que, para que esta prueba invalide la formulación de Bernoulli, es necesario que la cifra más baja A (aquí A = 100 millones) sea suficientemente grande como para que el individuo pueda apreciar la certidumbre, y que la cifra más elevada B (aquí B = 500 millones) sea suficientemente más grande que A como para que el individuo haga una distinción psicológica neta entre ambas. La misma observación es válida para el ejemplo estudiado en § 27.

Esta observación es importante pues muestra que es muy posible que las personas respondan a la prueba en el sentido de la formulación de Bernoulli.

mente irrelevante. Del mismo modo, *no es irracional aceptar una fuerte disminución de la ganancia para lograr la certeza; pero uno no aceptará una disminución similar, con el mismo efecto en la probabilidad, cuando se encuentra lejos de la certeza*.

La descomposición en dos tiempos de un sorteo aleatorio, tal como hace Samuelson, puede conducir a conclusiones erróneas *porque compara perspectivas que no son comparables y deja de lado sin justificación algunos juicios de valor*.

En nuestro ejemplo esto es particularmente claro. Cuando elijo entre una probabilidad de 0,98% de ganar 500 millones y una probabilidad de 1% de ganar 100 millones, me encuentro en una zona probabilística totalmente diferente que cuando elijo entre una probabilidad de 98% de ganar 500 millones y una probabilidad de 100% de ganar 100 millones.

Desde un punto de vista racional no se puede establecer una relación entre las elecciones que se hacen en una y otra zona. Esas elecciones corresponden a situaciones completamente diferentes, y sostener que racionalmente uno se comparta en ambas de la misma manera es enunciar un postulado que no tiene nada de evidente ni de atractivo.

Ese razonamiento en dos tiempos es un ejemplo de razonamiento falaz. En materia de elecciones aleatorias sólo cuenta la distribución de las probabilidades de la ganancia cierta a la que finalmente conducen. Toda descomposición en dos o más tiempos no puede conducir más que a errores.

§ 34. (3) La determinación de la satisfacción absoluta. Hemos visto (en especial en § 8) que los efectos de la deformación psicológica del valor monetario y de la importancia que se atribuye a la forma de la distribución de probabilidad de la utilidad están ligados indisolublemente. Por eso, es pura ilusión pretender determinar la función de satisfacción absoluta con la observación de elecciones. En esto se encuentra uno de los errores fundamentales de la teoría de von Neumann-Morgenstern.

También conviene subrayar que a veces se sostiene (ver § 4) que el concepto de satisfacción absoluta es una magnitud no operacional, no susceptible de ser medida por la experiencia, y de cuya existencia podemos dudar.

Sin embargo, y *por una singular paradoja, justamente el único caso en que existe un indicador de Bernoulli es aquel en el que coincide con la satisfacción absoluta o utilidad*.[41]

§ 35. (4) La formulación de Bernoulli y la ley de los grandes números. En el fondo, la ley de los grandes números es la razón intuitiva de las formulaciones que se asientan en la esperanza matemática de la utilidad.[42]

A. *Para simplificar la discusión, supongamos en principio que la ganancia psicológica es igual a la ganancia monetaria.* Esta hipótesis es válida en cualquier zona donde la curva que representa la satisfacción absoluta puede asimilarse a su tangente.

La ley de los grandes números nos indica que, a la larga, la ganancia media tiende en probabilidad a su esperanza matemática. Dicho de otro modo, siempre se puede encontrar un número n de repeticiones muy grande para el cual la probabilidad de una diferencia entre la ganancia media y la esperanza matemática resulte menor que un cierto ε, pequeño y fijado al azar.

Esta regla ha dado lugar a discusiones apasionadas y el debate todavía no ha terminado.[43] A nuestro criterio se pueden hacer las siguientes observaciones:

---

[41] Hay que aclarar que el índice que obtienen Mosteller y Nogee en sus experimentos puede diferir de la satisfacción absoluta. Si se limita la experimentación psicológica a una zona es posible representar para un mismo índice el efecto combinado de la curva de la satisfacción absoluta y de la dispersión de la utilidad. Pero ese índice no será utilizable para describir las elecciones en pruebas en las que existe un efecto marcado de complementariedad.

[42] Ver particularmente Marschak, 1951.

[43] El mejor análisis en Paul Lèvy, 1925.

(1) Si tengo la posibilidad de participar de una serie larga de eventos, pero puedo quedar fuera del juego desde los primeros (perder mi 'fortuna'), es evidente que no se ve esa justificación de la esperanza matemática con la ley de los grandes números. Es un consuelo muy pobre saber que, si yo hubiera tenido suerte en esos primeros lanzamientos, mi ganancia finalmente hubiera tendido hacia su esperanza matemática.

(2) En todo caso, el número de 'lanzamientos' en que puedo participar es necesariamente limitado, por la misma duración de la vida; siempre existirá una cierta dispersión de la ganancia media que deberé tener en cuenta. La concepción de una muy larga serie de lanzamientos no es realista, y la dispersión de la ganancia media nunca es despreciable en la práctica. (Si en algún caso resulta despreciable, no habrá más problemas).

(3) Si de cualquier forma se me ofrece la posibilidad de un número extremadamente grande de lanzamientos, no es evidente que tendré interés en jugar con la regla de la esperanza matemática. Lo efectivo para mí no es ni la ganancia media ni la ganancia acumulada.

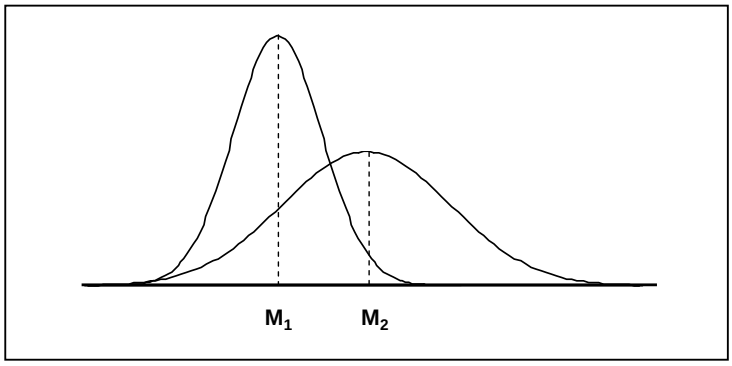
Supongamos, por ejemplo, que la ganancia de un lanzamientos elemental obedece a una ley de Gauss de media m_1 y desvío estándar σ_1. En una serie de *n* lanzamientos la esperanza matemática será

$$M = n\, m_1 \qquad \textit{Ecuación 28}$$

y el desvío estándar

$$\Sigma_1 = \sigma_1 \sqrt{n} \qquad \textit{Ecuación 29}$$

Figura 11



Si debo elegir entre el juego (m_1, σ_1) y el juego (m_2, σ_2), con $m_1 < m_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$, no hay razón para que prefiera necesariamente el segundo juego. Al cabo de *n* lanzamientos tendré una esperanza matemática $M_2 - M_1 = n(m_2 - m_1)$, y paralelamente $\Sigma_2 - \Sigma_1 = (\sigma_2 - \sigma_1)\sqrt{n}$. No es difícil encontrar ejemplos donde un hombre prudente y racional debería preferir el primer juego, aunque su esperanza matemática sea menor, si el número de lanzamientos es grande.[44]

[44] Sería suficiente considerar los casos donde σ_2 tiene un valor muy grande. Consideremos, por ejemplo, un individuo con una riqueza F al que se le ofrece una martingala que da para cada parte una probabilidad *p* de ganancia y (1 – p) de pérdida. Si para cada franco apostado la esperanza matemática es *e*, se tendrá

$$p\, g - (1 - p)\, m = e\, m$$

donde *m* es la apuesta y *g* la ganancia de cada partida. Cualquiera sea la apuesta la ganancia media por franco comprometido tiende a *e*, con un número muy grande de partidas; desde ese punto de vista, todas las formas de jugar serán equivalentes.

Pero psicológicamente no lo son. Una apuesta *m* muy elevada en cada partida permite esperar un enriquecimiento muy rápido, pero aumenta la posibilidad de ruina. Si, por el contrario, se elige una apuesta *m* demasiado

(4) Finalmente, es evidente que, *si se trata de un acontecimiento aislado que no se repetirá, desaparece la justificación fundada en la ley de los grandes números*.

Y precisamente *la mayoría de las situaciones de decisión implican eventos aislados*. La ley de los grandes números no tiene utilidad; todo depende de las circunstancias especiales en las que uno se encuentra.

Todo aquí es cuestión de psicología personal; algunos prefieren jugar la regla de la esperanza matemática, otros asignan una gran importancia a la forma de la distribución. No hay una regla de conducta que deba considerarse más racional que otra.

(5) *El único interés que tiene la regla de la esperanza matemática es que da una indicación de conjunto*. No tiene otro valor que aquel que proporciona la representación de un conjunto de números por su valor medio. Nada más y, también, nada menos.[45]

B. *Si tenemos en cuenta la utilidad u(x) en vez del valor monetario x* son válidas todas las observaciones anteriores, a condición de sustituir la distribución de probabilidades de *x* por la de u(x). Y también la justificación de la regla de decisión según la esperanza matemática por medio de la ley de los grandes números *no es más que una ilusión*.

Justamente para evitar esas dificultades, y no complicar inútilmente el estudio de la psicología del riesgo, nos ubicamos en el caso de una elección aislada.[46]

Interesa destacar que *es erróneo pensar que la regla de maximización de la esperanza matemática* $\sum_i p_i\, u(x_i)$ es una buena aproximación inicial en todos los casos; con ella sólo se puede hacer un bosquejo del problema de una elección.[47]

2.3 CONCLUSION: EL ERROR FUNDAMENTAL DE LA ESCUELA AMERICANA

§ 36. De acuerdo con esto, el error fundamental de la escuela americana (Friedman, Marschak, von Neumann-Morgenstern, Samuelson y Savage) es *ignorar, indirecta e inconscientemente, la dispersión de la utilidad*.

Cualquiera sea el sistema de axiomas de los que se parta, hay siempre alguno que se funda en una seudo evidencia, donde no se ha pensado lo suficiente en el significado psicológico.

En general no existe un indicador B(x) tal que el valor V de una perspectiva para un hombre racional esté dado por $B(V) = \sum_i p_i\, B(x_i)$.

Y, si existe uno, se puede decir (1) que ese indicador coincide con la satisfacción absoluta, o utilidad, y (2) que el individuo es insensible a la dispersión de la utilidad, lo cual, después de todo, es una simple cuestión de gustos.

En todos los casos, la belleza estética de una construcción matemática muy general basada en esos axiomas ha desviado a la escuela americana del examen del verdadero problema.[48]

Desde el punto de vista de la psicología económica del riesgo la formulación de Bernoulli no tiene más interés (ni menos) que cualquier formulación que representa, en una sola cifra, un conjunto de números. Se podría también tomar la mediana, o bien la media geométrica de la utilidad. Esas formulaciones serían también muy interesantes.

---

pequeña en cada partida, se puede reducir todo lo que se desee la posibilidad de arruinarse, pero también el enriquecimiento posible será mucho más lento.

[45] Ver § 6

[46] Ver § 12.

[47] Este error se evidencia muy bien en el intercambio entre la esperanza matemática y la probabilidad de perder la riqueza existente, como se vio para el comportamiento del empresario o del jugador, en § 29. En este caso la regla de la esperanza matemática no es útil, ni siquiera como primera aproximación.

[48] Sobre el peligro del abuso de la matemática, ver Allais 1953b, 1, §31 a §40.

El descuido de la dispersión de la utilidad tiene como consecuencia que esa formulación no es válida para representar el comportamiento del hombre real, ni para determinar su satisfacción absoluta, ni para proporcionar ‘una regla razonable de conducta a un hombre racional’.

Al contrario, los axiomas utilizados en las teorías americanas implican, en su esencia, una hipótesis de linealidad. Y las construcciones matemáticas fundadas sobre esos axiomas son tan complejas que no permiten ver lo más general.

Si uno quisiera limitarse a lo fundamental podrían simplificarse mucho todas esas construcciones. La preocupación por una generalización formal excesiva ha oscurecido la cuestión de la psicología del riesgo y ha desviado la atención de lo que es verdaderamente importante. Es sintomático que, en todos los estudios americanos referidos a la formulación de Bernoulli, los desarrollos se ocupan casi completamente de elaborar las consecuencias matemáticas de los axiomas; la discusión y justificación de los mismos se reduce a unas líneas.

REFERENCIAS

ALLAIS, M., Notes théoriques sur l'incertitude de l'avenir et le risque, Memoria presentada al *Congres Européen d'Econométrie de Louvain*, Septembre 1951

ALLAIS, M., Fondements d'une théorie positive des choix comportant un risque et critique des postulats et axiomes de l'école américaine. Memoria presentada al *Colloque International sur le Risque*, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, Mai 1952

ALLAIS, M., La psychologie de l'homme rationnel devant le risque: la théorie et l'expérience, *Journal de la Société de Statistique de Paris*, Janvier 1953a, págs. 47/72

ALLAIS, M., *Traité d'Economie Pure*, Imprimerie Nationale, Paris, 1953b, Capítulo sobre las satisfacciones absolutas, 156/157. (Una primera edición de esta obra se hizo en 1943 en un trabajo de conjunto titulado *A la recherche d'une discipline économique*)

ALLAIS, M., Les théories de la psychologie du risque de l'école américaine, *Revue d'Economie Politique*, 1954

ARMSTRONG, W.E., The determinateness of the utility function, *Economic Journal*, September 1939, 453/467

BACHELIER, *Calcul des probabilités*, Gautier Villars, París, 1912

BAUMOL, W.J., The Neumann-Morgenstern utility index: an ordinalist view, *Journal of Political Economy*, 1951, v.59, 61/66

BOREL, E., *Valeur pratique et philosophique des probabilités*, Gauthier Villars, Paris, 1939

BOREL, E., *Le jeu, la chance et les théories scientifiques modernes*, Gallimard, Paris, 1941

FRIEDMAN, M. and SAVAGE, L.J., The utility analysis of choices involving risk, *Journal of Political Economy*, August 1948, 279/304

FRIEDMAN, M. and SAVAGE, L.J., The expected utility hypothesis and the measurability of utility, *Journal of Political Economy*, 1952, v. 60

LANGE, O., The determinateness of the utility function, *Review of Economic Studies*, June 1934, 218/225

LEVY, P., *Calcul des probabilités*, Gauthier Villars, Paris, 1925

MASSE, P., *Les resérves et le régulation de l'avenir dans la vie economique*, Hermann, Paris, 1946

MASSE, P., Réflexions sur les comportements rationnels en économie aléatoire, *Manuscrito no publicado*

MASSE, P. et MORLAT, R., Sur le classement économique des perspectives aléatoires, Memoria presentada al *Colloque International sur le Risque*, Mai 1952

MARSCHAK, J., Rational behavior, uncertain prospects and measurable utility, Econometrica, 1950, v.18, 111/141

MARSCHAK, J., Why 'should' statisticians and businessmen maximize moral expectation?, *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, 1951

MOSTELLER, F. and NOGEE, P., An experimental measurement of utility, *Journal of Political Eco nomy*, October, 1951, 371/404

SAMUELSON, P.A., Utility, preference, and probability, Memoria presentada al *Colloque International sur le Risque*, Paris, Mai 1952

SAMUELSON, P.A., *Properties of regular means and of Bernoulli means*, MIT and RAND, June 1952

SAVAGE,, L.J., An axiomatization of reasonable behavior in the face of uncertainty, Comunicación al *Colloque International sur le Risque*, Paris, Mai 1952

VON NEUMANN, J. and MORGENSTERN, O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944, 8/31 y 617/632