UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

TEORIA DE LA DECISION

Autor: Pedro E. J. Pavesi

Análisis de Sensitividad

CODIGO: 163

PEDRO F. J. PAVESI

ANALISIS DE SENSITIVIDAD

Concepto y aplicaciones

1. LA SENSITIVIDAD DEL UNIVERSO

Podemos visualizar al mundo que nos rodea como un conjunto de interacciones, de causas y efectos, de estímulos y respuestas, más o menos próximos o lejanos en el tiempo, con distintas interrelaciones de intensidad.

De acuerdo con la intensidad de las reacciones, podemos distinguir situaciones más o menos sensibles o sensitivas a la acción de ciertos estímulos.

Una discusión conyugal con mi esposa no afecta sensiblemente nuestro matrimonio. No se me despedirá por un error rutinario en mi trabajo. Un tropezón con otro transeúnte no nos llevará a las manos. El abultamiento de los gastos de viáticos del cadete no llevará a la empresa a la quiebra. Una herida superficial en el brazo no me provocará la muerte. Cierta baja imprevista de la demanda no me llevará a la cesación de pagos. Un ligero temblor de tierra no derrumba el edificio.

Son todos estos ejemplos de sistemas que, en un momento determinado y en circunstancias dadas, son poco sensibles, poco sensitivos a ciertas perturbaciones, a ciertos estímulos.

Una ligera sombra en una célula fotoeléctrica abrirá la puerta. Un toque en el vidrio desencadena la alarma. El roce en la tecla registra el digito correspondiente. Un aumento del 1 % en el precio del producto reducirá la demanda casi totalmente. El mínimo incidente fronterizo desencadena la guerra. La demora en un día implica la rescisión del contrato. Una corriente de aire causa una neumonía.

Son todos estos ejemplos de sistemas que, en un momento determinado y en circunstancias dadas, son sensibles, sensitivos a ciertas perturbaciones.

Los sistemas poco sensitivos son sistemas tolerantes, con tendencia a la estabilidad. En alguna forma, su estructura contiene memorias, umbrales, funciones absorbentes. Acumulan los efectos de las perturbaciones, los archivan, los retienen hasta un nivel determinado, los elaboran hasta reducirlos o eliminarlos. Estos procesos pueden adoptar gran variedad de formas o métodos. Las consecuencias son siempre las mismas: la reacción es aminorada, absorbida parcial o totalmente.

Los sistemas muy sensitivos son sistemas intolerantes, con tendencia a la inestabilidad. En alguna forma su estructura contiene amplificadores, gatilladores, mecanismos de respuesta inmediata, sensores delicados. Despiden, gatillan los efectos, los aceleran, los multiplican. Estos procesos pueden adoptar gran variedad de formas o métodos. Las consecuencias son siempre las mismas; la reacción es proyectada, lanzada, acelerada, amplificada parcial o totalmente.

La sensitividad de un sistema es así una noción relativa, referida a la relación entre las intensidades de estímulos y respuestas y entre los momentos de ambos fenómenos.

2. LA IMPORTANCIA DE LAS SITUACIONES RELATIVAMENTE SENSITIVAS

La sensitividad tiene grados: un sistema es más sensitivo que otro. Pero esos grados son relativos. Dependen de las circunstancias y pueden ser distintos para distintos aspectos de la misma situación.

Por otra parte, no puede emitirse ningún juicio de valor a priori acerca de la sensitividad "per se" de una situación.

Bajo distintas circunstancias, los sistemas muy sensitivos y poco sensitivos son igualmente importantes. En algunas situaciones un mecanismo poco sensitivo es requerido; en otros, se necesita uno muy sensitivo.

Estamos particularmente interesados, aquí, en los sistemas relativamente sensitivos, es decir que no se ubican en los extremos de esa característica.

Una situación extremadamente sensitiva puede ser explosiva, inestable, detonante, poco confiable. Un sistema de defensa debe ser muy sensitivo a fin de reducir al mínimo el tiempo de respuesta y seleccionar la debida intensidad de la misma.

Pero una extrema sensitividad lleva al peligro de que una falsa alarma provoque la guerra. Por otra parte, si el sistema es poco sensitivo, llevará a que no reaccione a un ataque debidamente dosificado.

La convivencia sería intolerable si una inflexión dura de la voz, un enojo o un reproche provocara un altercado, pero perdería —seguramente— su atractivo si la sensibilidad fuera nula y las relaciones interhumanas desaparecieran.

Una empresa no podría soportar que se modificara su estructura, su plantel o sus políticas ante cada pequeño cambio de la demanda o ante cada accidente de trabajo. Pero está destinada a la muerte si nunca reacciona a cualquier cambio en la demanda o a culquier incremento de los accidentes.

En los sistemas artificiales, la sensitividad depende del constructor, quien ajusta la sensitividad a los requisitos de las funciones a desempeñar. Trata así de establecer suficiente resistencia para que no sea explosivo y suficiente receptividad para que no sea anquilosado.

En algunos sistemas, la sensitividad debe ser alta en ciertas variables y baja en otras.

Por consiguiente, los grados de sensitividad no son algo bueno o malo en sí, sino en relación con las funciones y objetivos del sistema observado.

Para la decisión, la sensitividad tiene mucha importancia. Cuanto menos sensitiva es una situación a las variaciones de ciertas variables, menos trascendencia tiene la incertidumbre sobre el comportamiento de dichas variables. Al contrario, cuanto más sensitivo es un sistema, mayor relevancia tiene la incertidumbre.

3. QUE ES LA SENSITIVIDAD

La sensitividad de un sistema dado, con respecto a modificaciones (estímulo) en el comportamiento de una de sus variables, es la propensión de dicho sistema a modificar (respuesta) —en consecuencia— su comportamiento total o parcial.

Por sistema entendemos cualquier porción del universo, definida por elementos y relaciones entre dichos elementos, de acuerdo con el criterio de un observador dado. Por comportamiento de una variable, entendemos el conjunto de sucesivos valores o niveles que la misma asume a través del tiempo.

Por comportamiento de un sistema, entendemos el conjunto de sucesivos valores o niveles que sus variables van asumiendo a través del tiempo.

Por comportamiento total de un sistema, entendemos el comportamiento de todas sus variables. Por comportamiento parcial, el de un grupo determinado de variables.

Una variable es un elemento de un sistema que asume valores o niveles en función del tiempo.

La sensitividad expresa la relación entre la amplitud, la fuerza de un estímulo dado, en un momento dado, aplicado sobre una o varias variables de determinado sistema y la amplitud de la reacción correspondiente de esas variables.

En un sentido amplio, la sensitividad debería registrar asimismo el tiempo de reacción, la demora en reaccionar. Pero este aspecto no nos interesa aquí.

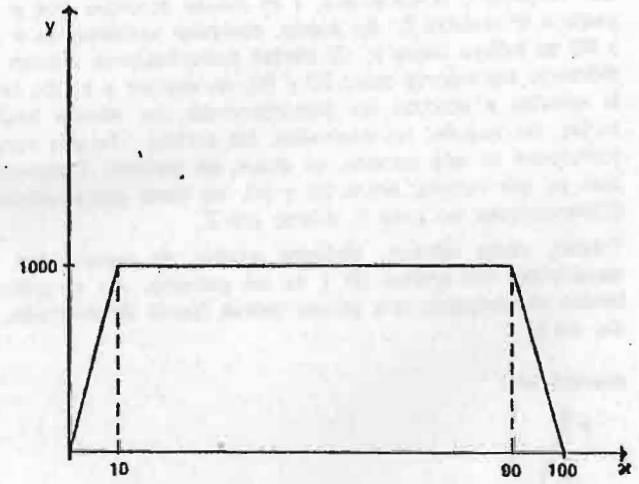
La sensitividad puede expresarse, en ciertos casos, como una medida. La elasticidad, en análisis económico, es una medida de la sensitividad. En un sistema económico determinado, si un pequeño aumento de precios provoca una gran retracción de la demanda, tendremos una situación muy sensitiva que se mide por el coeficiente de elasticidad que, en este caso, será alto.

Queremos decir, entonces, que la sensitividad es la expresión general de una característica que, en ciertos e importantes casos, puede medirse exactamente y que en otros casos, no menos importantes, no puede convertirse en una medida precisa.

4. LA PRINCIPAL CARACTERISTICA DE LA SENSITIVIDAD

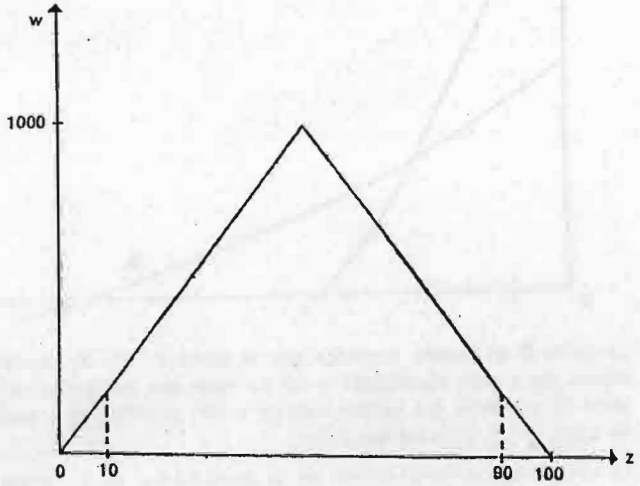
Supongamos una variable X que puede tomar valores entre 0 y 100. A cada uno de esos valores de x, corresponde una secuencia de valores y entre 0 y 1.000. Supongamos, asimismo, que al graficar los valores de x y sus consecuencias, obtengamos el gráfico Nº 1.

GRAFICO Nº 1



Supongamos ahora una variable similar, Z, pero con un gráfico como el Nº 2, para sus consecuencias w.

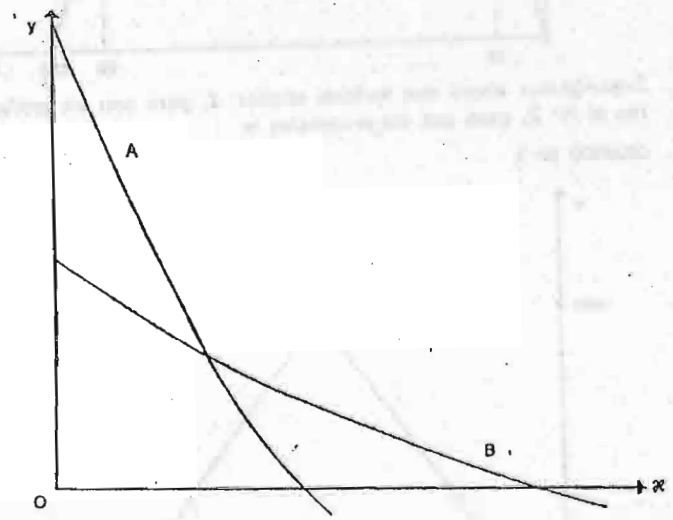
GRAFICO Nº 2



Con respecto a la variable x, y es menos sensitiva que w con respecto a la variable Z. En efecto, cualquier variación de x entre 10 y 90 no influye sobre y. Si ciertas perturbaciones afectan a x modificando sus valores entre 10 y 90, no afectan a y. En ese rango, la variable x absorbe las perturbaciones, las atenúa hasta eliminarlas, las engulle, las neutraliza, las archiva. En ese rango, x se transforma en una barrera, un dique, un umbral. Cualquier alteración en sus valores, entre 10 y 90, no tiene consecuencias en y. Evidentemente, no pasa lo mismo con Z.

Existen, como dijimos, distintos grados de sensitividad. La nosensitividad del gráfico Nº 1 es un extremo. En el gráfico Nº 3 hemos representado dos curvas típicas (perfil de inversión, demanda, etc.).

GRAFICO Nº 3



La curva B es menos sensitiva que la curva A. En B, fuertes variaciones de x son absorbidas y no se traducen en variaciones similares de y. En A, las variaciones de x son amplificadas, aceleradas: se trata de un sistema sensitivo.

La característica fundamental de la sensitividad es el rango de absorción de variaciones. Los sistemas poco sensitivos exhiben memorias, archivos, umbrales. Estos pueden traducirse siempre en un rango de valores en el cual éstos tienen ninguna o poca trascendencia.

Lo importante es que dentro de ese rango todos los valores tienen la misma o casi la misma trascendencia. En el gráfico Nº 1, que x asuma el valor 10 o el valor 60 puede ser de gran importancia para ciertas funciones, pero desde el punto de vista del comportamiento de y da exactamente lo mismo 10 que 60.

Más precisamente, para y cualquier valor de x entre 10 y 90 le resulta igual. Desde ese punto de vista, todos los valores entre 10 y 90 pierden su individualidad, sus características particulares. Todos son similares, semejantes. El conjunto de valores se transforma en una clase de equivalencia. Ya no son los valores individuales los que trascienden, sino toda la clase.

Esto es importante para nosotros porque nos interesan particularmente los sistemas poco o nada sensitivos. El análisis de sensitividad lleva así a la formación de clase de equivalencia de ciertos valores con respecto a su influencia en el comportamiento de ciertas variables.

5. LA SENSITIVIDAD Y LA INCERTIDUMBRE

Esta característica de los sistemas poco sensitivos o insensitivos es importante porque reduce complejidad, reduce variedad. Por consiguiente, reduce incertidumbre.

En el gráfico Nº 1, con respecto al comportamiento de y, podemos tener incertidumbre sobre qué valores asumirá x. Suponiendo que éstos sólo puedan ser números enteros, hay 81 valores posibles entre 10 y 90 inclusive.

Una medida de la incertidumbre es la variedad. En su expresión más simple, la variedad es el número de estados que puede asumir un sistema dado. En este caso, la variedad es 81.

Pero desde el punto de vista de su influencia en y, estos 81 valores no se distinguen entre sí, se eliminan sus diferencias, forman uno solo. No existe ya incertidumbre en ese rango, la variedad es nula. No nos importa saber si el valor que asumirá x será de 11, 17 ó 34. Basta saber que será un valor de ese conjunto.

En el gráfico Nº 2, es importante saber qué valor asume z, ya que cada uno de los valores posibles de z implica una influencia específica sobre w. En el caso de x esa incertidumbre sigue existiendo pero carece de relevancia.

Cuando enfrentamos un problema de incertidumbre y nos damos cuenta que esa incertidumbre no es relevante porque los hechos que la misma oculta no influyen en el problema, no eliminamos la incertidumbre sino modificamos la metodología de solución.

Esto es lo que se logra con el análisis de sensitividad.

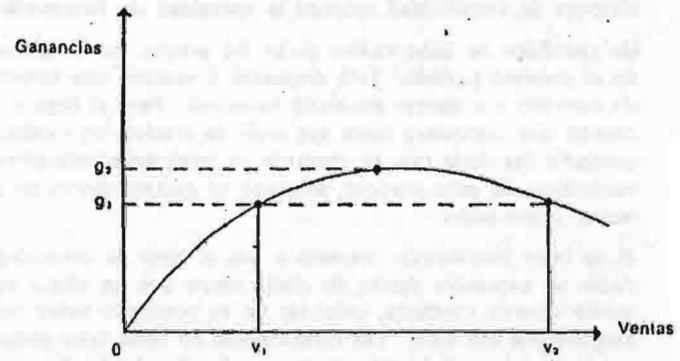
6. SENSITIVIDAD Y DECISION

Las caracteristicas de la sensitividad son así utilizadas como métodos para sustituir situaciones de cierta incertidumbre por otras equivalentes con menos incertidumbre.

Siendo la incertidumbre el máximo condicionante de la decisión, la sensitividad de una situación se revela como un elemento importante de la decisión.

Supongamos una situación hipotética donde la ganancia es función de las ventas, siendo la misma representada en el gráfico Nº 4.

GRAFICO Nº 4



Un incremento de ventas implica un aumento de ganancias hasta que la mayor necesidad de capital circulante, de control administrativo, etc., hacen que, no obstante aumentar las ventas, las ganancias empiecen a disminuir.

La empresa quiere maximizar sus ganancias pero no hará una cuestión de centavos. Por lo tanto, le es indiferente cualquier ganancia representada por la curva por encima de la linea punteada g_1.

Si se trata de planificar, por ejemplo, la empresa no tomará ninguna medida mientras las ganancia se encuentre en ese tramo. No sabe cuál será la venta real, hay incertidumbre sobre la variable "ventas" pero, mientras las ventas se encuentren entre V_1 y V_2, esa incertidumbre no importa. En ese tramo, la ganancia es poco sensitiva a la variación de las ventas. Modificaciones en los niveles de venta afectan la ganancia en niveles despreciables.

Desde el punto de vista de la ganancia, a la empresa le es indiferente cualquier nivel de venta entre V_1 y V_2. Dentro de ese rango, la incertidumbre no le importa: cualquier valor tiene la misma importancia.

Suponga que un asesor de la empresa proponga, a determinado costo, hallar cuál es el nivel de ventas que maximiza la ganancia. ¿Es ello necesario? Evidentemente no. A la empresa no le importa un nivel determinado y preciso, no le importa un número, un punto. Puede lograr lo mismo sin gastar nada, trabajando con un rango. Lo que a la empresa le importa saber no es el nivel de venta que maximiza la ganancia sino saber si las ventas probables caen entre V_1 y V_2.

Un decididor puede tener gran incertidumbre sobre, digamos, el nivel de la tasa de interés en el próximo mes. Pero si llega a la conclusión que:

1. Si la tasa se mantiene dentro de cierto rango, su actitud no se modificará.

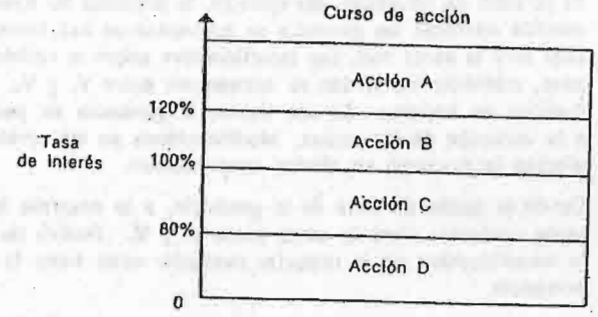
2. Es probable que la tasa se mantenga dentro de ese rango, entonces, no necesita averiguar cuál será el nivel exacto de dicha tasa. Pero podemos ir un poco más allá. Si su empresa no es extremadamente sensible a la tasa de interés (es decir que no tiene que cambiar de decisión a cada pequeña modificación de la tasa), entonces puede establecer distintos rangos de la tasa, tales que:

    1. Dentro de ese rango, las modificaciones de la tasa no afectan la empresa.

2. Al pasar de un rango a otro, la variación de la tasa lleva a una modificación de la decisión.

Esta situación se representa en el gráfico Nº 5.

GRAFICO Nº 5



Lo que importa ahora no es la variación de la tasa dentro de los rangos, sino entre los rangos. La incertidumbre relevante pasa de los infinitos valores posibles de la tasa de interés a sólo 3: 80 %, 100 %, 120 %.

Insistimos en que no se elimina la incertidumbre, sólo cambia su uso, su relevancia.

Las variantes, desde el punto de vista de la decisión, son muchas. En la segunda parte de este trabajo expondremos 10 casos para ejemplificar algunos de los usos de la sensitividad para la decisión.

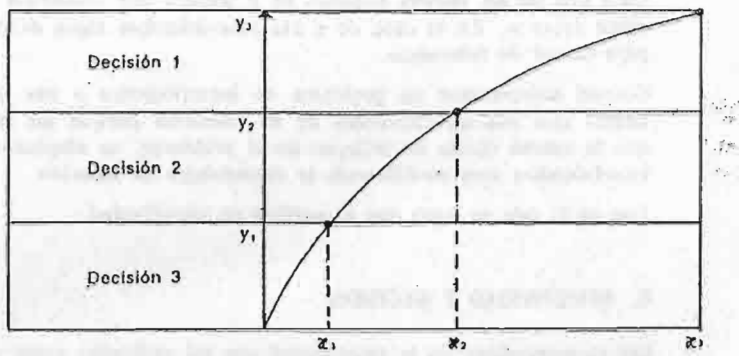
Si el comportamiento de las variables relevantes es incierto o mal conocido, la decisión se dificulta por la incertidumbre así originada.

Es necesario —entonces— aprovechar la baja sensitividad de la situación (si la hay) para establecer dentro de qué rango de valores pueden ubicarse las variables relevantes sin que sea necesario tomar decisiones.

Como, a su vez, las variables relevantes son afectadas por otras, también se aplica el mismo criterio remontando de efecto a causa para establecer los espacios de variación que son irrelevantes.

En el gráfico Nº 6 hemos representado otra situación similar.

GRAFICO Nº 6



Cualquier valor de y entre y_2 e y_3 no modifica la decisión Nº 1. Como, a su vez, ese intervalo es efecto del intervalo $x_2 - x_3$ de la variable x, entonces, dentro de ese rango de x, no se modifica dicha decisión.

7. SENSITIVIDAD E INFORMACION

Al quitar relevancia a ciertas situaciones de incertidumbre, las condiciones de sensitividad reducen la necesidad de información.

Un decididor no sabe cuáles serán los precios de la competencia en el próximo período. Está dispuesto a realizar una investigación de mercado o a ejercer espionaje industrial. Pero si llega a la conclusión que cualquiera fuere ese nivel de precios, no modificará su conducta (es decir que su conducta es totalmente insensitiva a las variaciones de esos precios), entonces no gastará dinero en obtener mayor información.

Si se tiene información respecto a que el nivel de determinada variable se encuentra dentro de cierto rango que no afecta sensiblemente nuestra conducta, entonces no es necesario saber cuál será exactamente ese nivel. Ese conocimiento no tiene valor porque dentro de ese rango todos los niveles son iguales desde el punto de su influencia en nuestras decisiones.

Se reduce así o se elimina la necesidad de información adicional.

Pero sigue en pie cierta información. En efecto, no es necesario saber cuál será el nivel exacto de la variable pero es necesario saber dentro de qué rango se encuentra. Pero lo importante es lo siguiente: "La información para establecer la pertenencia de un elemento a una clase de equivalencia es menor que la información correspondiente a sus exactas características".

Es más fácil y requiere menor información saber que alguien tiene una estatura superior a 1,50 metros, que saber cuál es su estatura exacta.

Hay menos información en las frases A expuestas a continuación, que en las frases B:

A "El individuo era blanco".

B "El individuo tenía una piel cetrina".

A "La cotización del dólar no bajará".

B "La cotización del dólar será $ 1.057".

A "Las ventas no pueden bajar de 1.000 toneladas ni superar las 1.500".

B "Las ventas serán de 1.357 toneladas".

El análisis de la sensitividad lleva a encontrar la posibilidad de tomar una decisión con menor información, con datos del tipo de las frases A. Se trata de reconocer si es necesario obtener la información exacta, del tipo expresado en las frases B. En muchos casos, la relativamente baja sensitividad de la situación permite tomar decisiones perfectas con la menor información de las frases A.

Por consiguiente, el análisis de la sensitividad se transforma en un paso obligado antes de buscar información adicional.

Antes de preguntar: "¿Hasta cuánto puedo pagar esta información?" (que es la pregunta que contesta el análisis bayesiano) debe preguntarse: "¿Es necesario obtener información adicional?" (que es la pregunta que contesta el análisis de sensitividad).

Para ello, debe tenerse en cuenta:

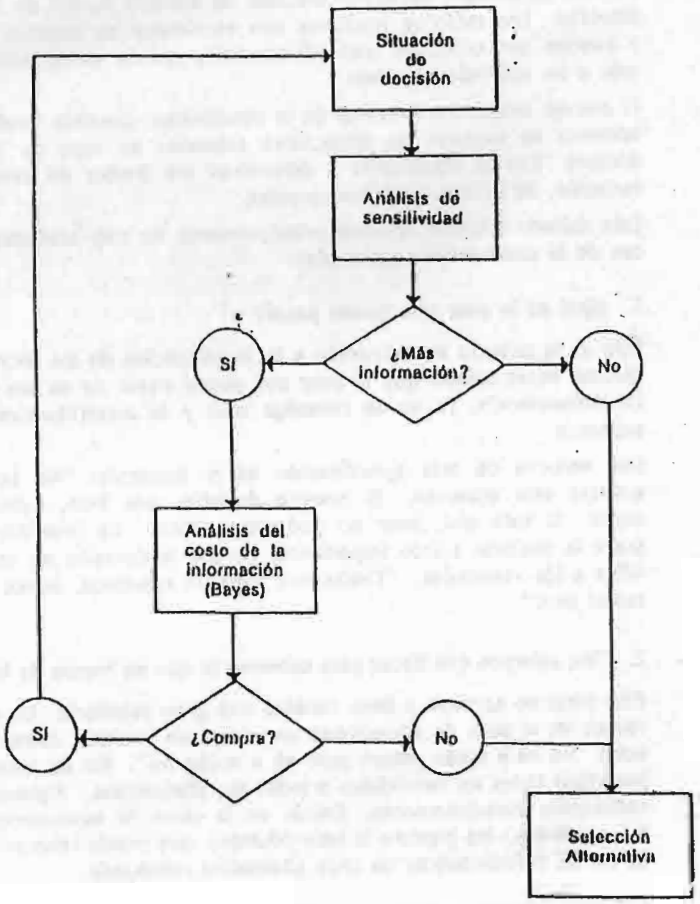
1. El costo esperado del análisis de la sensitividad. Si es mayor que el de la información, teniendo en cuenta la probabilidad de que sea efectivo, no vale la pena incurrir en él. Pero, generalmente, el análisis de la sensitividad es sencillo. Por otra parte, los sistemas que caen —por lo común— bajo nuestras decisiones, son relativamente insensitivos, de modo que el análisis de la sensitividad tiende a ser barato y, además, provechoso.

2. El análisis de la sensitividad debe efectuarse cuando la situación de decisión se halla suficientemente estructurada, cuando existe suficiente información para una decisión precisa.

En los casos que expondremos en la segunda parte del trabajo, este segundo punto quedará claro.

La inclusión del análisis de sensitividad en el proceso de decisión puede observarse en el siguiente cuadro:

El análisis de sensitividad en el proceso de decisión



8. EL ANALISIS INTUITIVO E INFORMAL DE LA SENSITIVIDAD

Algún lector puede pensar que el análisis de la sensitividad no es nada nuevo, que eso se utiliza comúnmente sin tanta sofisticación.

Eso es cierto. Lo importante es que el análisis intuitivo de la sensitividad, que algunos ejecutivos y empresarios utilizan permanentemente sin darse cuenta, tiene un alcance corto para situaciones de cierta complejidad.

Pero no es siempre necesario efectuar un análisis formal de la sensitividad. Los métodos intuitivos son excelentes en muchos casos y pueden ser utilizados sistemáticamente, quizás como aproximación a un uso más complejo.

El manejo intuitivo o informal de la sensitividad consiste fundamentalmente en explorar las situaciones extremas en caso de incertidumbre. Eso es equivalente a determinar los límites del rango de variación, de lo cual hablábamos antes.

Este método informal aparece principalmente en tres actitudes típicas de la conducción empresaria:

1. ¿Qué es lo peor que puede pasar?

Esta es la primera aproximación a la investigación de los extremos. Muchas veces sucede que lo peor que puede pasar no es tan malo. En consecuencia, ya no se investiga más y la incertidumbre está superada.

Una variante de esta aproximación es la siguiente: "No importa analizar esta situación. Si nuestra decisión sale bien, estaremos mejor. Si sale mal, peor no podremos estar". La incertidumbre sobre la decisión pierde importancia porque la decisión no es sensitiva a los resultados. "Cualquiera fuere el resultado, nunca estaremos peor".

2. "No sabemos qué hacer pero sabemos lo que no hemos de hacer"

Esta frase no es tonta y lleva consigo una gran sabiduría. La recordamos en el caso de situaciones complejas de decisión como es el voto: "No sé a quién votaré pero sé a quién no". No es necesario investigar todos los candidatos o todas las alternativas. Algunos son rechazados inmediatamente. Entran en la clase de equivalencia de los apartados. No importa la incertidumbre que pueda tenerse acerca de las características de cada alternativa rechazada.

Esta actitud lleva a clasificar alternativas en base a grandes características, a separar de inmediato lo que puede interesar, a concentrar la reflexión en lo que vale la pena solamente.

3. ¿Qué pasa si . . .?

Después del "si", se incluye en primer lugar alguna situación extrema. Se trata de acotar el comportamiento del sistema, de establecer sus rangos de variación para, posteriormente, ir subdividiéndolos. Lo importante es la determinación de los extremos. Estos se fijan en el límite de lo probable. No se sabe cuál será la tasa de interés dentro de un año, pero puede acotarse razonablemente su rango de variación esperado. Muchas situaciones pueden resolverse así. Si la incertidumbre sigue siendo alta, se subdivide el rango anterior en subrangos, de acuerdo con su probabilidad estimada de sucesos.

El "¿qué pasa si . . .?" señala la actitud típica del análisis de sensitividad y es la pregunta que pretenden contestar todos los modelos de simulación.

El análisis de la sensitividad subyace en otros métodos ampliamente difundidos, como el ABC o el uso de presupuestos normales de máxima y de mínima.

En el caso del ABC, se aparta o se da un tratamiento poco costoso al conjunto de elementos que influyen poco sobre ciertas variables relevantes. Los resultados de la empresa son poco sensitivos al 90 % de los ítems del inventario que representan el 10 % de las existencias, pero sí son muy sensibles al 3 % que representa el 60 % del valor.

La incertidumbre que podamos tener sobre qué pasa con los tornillos, pierde así relevancia.

La investigación de presupuestos de máxima y mínima es una típica exploración de extremos para determinar los límites de los rangos de variación. Es un primer paso hacia un análisis sofisticado de la sensitividad.

9. EL ANALISIS FORMAL DE SENSITIVIDAD

A nuestro entender, no existe una metodología general suficientemente precisa para analizar la sensitividad de una situación dada. Este análisis sigue teniendo mucho de arte, de genio y de esfuerzo,

especialmente cuando se lo hace analíticamente. Cuando un programa de simulación contesta la pregunta: "¿Qué pasa si . . .?", el arte reside en completar bien la frase, en elegir acertadamente la hipótesis, la variable relevante y su nivel extremo cuyos efectos se quiere testear. En la segunda parte de este trabajo a publicarse en un próximo número, se incluyen casos sencillos a título de ejemplos de distintas facetas del análisis.

El análisis de sensitividad se basa fundamentalmente en que la **incertidumbre absoluta** es poco frecuente. Puede tenerse total incertidumbre sobre un nivel o un reducido rango de niveles de una variable, pero esa incertidumbre se reduce a medida que se amplía el rango de valores. Es muy difícil saber y acertar qué valor adoptará una variable en un momento determinado. Es bastante fácil, al contrario, saber y acertar dentro de qué rango asumirá valores una variable importante.

La finalidad del análisis de la sensitividad es establecer los rangos dentro de los cuales puede asumir valores una variable determinada sin llevar a la adopción de una nueva decisión.

Una variable determinada puede adoptar valores dentro de cierto rango sin afectar la decisión tomada. Pero al pasar de cierto límite, sí modifica la decisión. Esta nueva decisión, a su vez, permanece constante mientras la variable se mantenga dentro de cierto rango a partir del límite de modificaciEn hasta otro límite, etc.

Esta situación se percibe claramente en el gráfico Nº 6.

Establecidos estos rangos, entonces debe estimarse dentro de qué rango se supone se ubicará la variable a fin de adoptar la decisión pertinente. Es decir que no es necesario saber exactamente el valor de la variable (que requiere mucha información), ya que se lo sustituye por un rango que requiere menos información.

En el gráfico Nº 6, si sabemos que es altamente probable que x se hallará entre x_2 y x_3, entonces ya se puede tomar la decisión 1 sin necesidad de establecer el valor exacto de x y de y.

El análisis de la sensitividad abarca, entonces, dos etapas:

1. Establecer las distintas reacciones del decididor a los distintos rangos de comportamiento de una o varias variables.

2. Establecer cuál es el rango de comportamiento más probable.

Cuando el análisis de sensitividad se efectúa sobre más de 2 variables, el mismo se complica en forma extrema. En este caso, se recurre a la simulación, es decir, a representar el comportamiento de la situación para distintos valores de las variables analizadas.

Daremos un ejemplo, no del todo exacto, pero ilustrativo. Supongamos una variable x que puede variar entre 0 y 1. Dicha variable tiene un efecto y pero la función que relaciona x a y es sumamente compleja y no podemos conocerla.

Este es el caso, por ejemplo, de la Tasa Interna de Rendimiento de un proyecto complejo, como función de las distintas variables inciertas que conforman el flujo de fondos (precios, cotización moneda extranjera, demanda, etc.).

La simulación consiste en efectuar todos los cálculos para ciertos valores extremos e intermedios de las variables inciertas. Se trata así de indagar los puntos de fractura en los cuales se pasa de una decisión a otra. En el caso Nº 5 (de la segunda parte de este trabajo) se incluye un extracto de un caso real de simulación de ese tipo.

El análisis de sensitividad tiene una trascendencia que va más allá de fijar rangos tolerables de variación de algunas variables. Constituye un mecanismo de control, de seguimiento de la influencia de variables no controlables o del contexto. Es un instrumento indispensable para el planeamiento, ya que brinda la información necesaria para la preparación anticipada de cursos de acción. Sobre todo, constituye un instrumento de conducción, de aprendizaje, de exploración del comportamiento íntimo de una estructura y de generación de mecanismos de equilibrio, al tomarse medida para ajustar la sensitividad de subsistemas.

No tiene demasiada importancia la metodología precisa para el análisis de sensitividad. Lo importante es la **actitud**, es la forma de encarar los problemas en función de la sensitividad de una situación, es un modo de pensar, de procesar decisiones.

El análisis de sensitividad no soluciona la incertidumbre. Sólo destaca los casos en los cuales esa incertidumbre no es relevante. Reduce así el número de situaciones en las cuales la incertidumbre constituye un obstáculo importante para el proceso reflexivo de decisión. En estos casos, el análisis de sensitividad no aporta una solución y deberá recurrirse a los otros instrumentos de combate de la incertidumbre.

Finalmente, expondremos someramente los pasos básicos a realizar en un análisis de sensitividad formal.

1. Tener definido el criterio de decisión, es decir, el criterio de selección de alternativas. Ello lleva a definir claramente la medición de la o las variables que representan los objetivos del decididor. Ejemplo: maximización del beneficio medido por la Tasa Interna de Rendimiento.

2. Definir exactamente las variables críticas sobre las cuales recae incertidumbre. Ejemplo: demanda, nivel de precios.

3. Establecer la función que relaciona las variables críticas inciertas, establecidas en 2., con las variables que representan los objetivos, establecidas en 1. Si esa función se establece exactamente, el procedimiento podrá ser analítico. Si no se establece del todo, se recurrirá a la simulación. Entre esos dos extremos, se utilizarán procedimientos mixtos.

4. Acotar las variables del punto 2. estableciendo su rango probable de variación (definir los extremos de la variación). Ejemplo: la demanda mínima será de 1.000 toneladas, la máxima de 100.000.

5. Calcular el comportamiento de la variable objetivo, establecida en 1., en función de la variación de las variables críticas, establecidas en 2., dentro del rango del punto 4. Ejemplo: la tasa interna de rendimiento para una demanda entre 1.000 y 100.000 toneladas.

6. Analizar la modificación de decisiones en función de la evolución de la variable objetivo. Ejemplo: hasta la tasa t_1, el proyecto no conviene; entre t_1 y t_2, es necesario introducir modificaciones; más de t_2, aceptar el proyecto.

7. Ubicar el rango de las variaciones más probables de las variables críticas y examinar la decisión a tomar. Ejemplo: la venta no puede bajar de 25.000 toneladas, luego aceptar el proyecto.

8. Si el rango establecido en el punto 7. no lleva a una decisión claramente definida, investigar el comportamiento de las variables críticas, precisar la estimación o modificar la situación para que se modifique la sensitividad del sistema.

En el próximo número de "Contabilidad y Administración" se incluirán 10 casos que ejemplifican el análisis efectuado en esta primera parte del trabajo. △

PEDRO F. J. PAVESI

ANALISIS DE SENSITIVIDAD

Aplicaciones y casos prácticos

En esta segunda parte de nuestro análisis de sensitividad (véase la parte primera en C. y A. IV, 281) se incluyen 10 casos prácticos del mismo.

Se trata de ejemplos extremadamente simples cuya finalidad es didáctica: introducir la forma de pensar del análisis de sensitividad, inferir su filosofía, provocar una actitud tendiente a utilizar el análisis de sensitividad en todo proceso de decisión.

En los ejemplos, hemos utilizado principalmente el criterio del valor esperado por la comodidad de su tratamiento. Pero el análisis de sensitividad puede utilizarse en toda clase de situación y criterios.

1. ESTIMACION DE LA PROBABILIDAD DE CIERTOS ACONTECIMIENTOS

Un estanciero llega a la conclusión que tiene tres alternativas para el uso de su capital líquido. Una de ellas es la inversión en depósitos a plazo fijo. La otra es la inversión en la plantación de trigo. La última es la inversión en ganado. Para este caso simplificado, supondremos que influirá en sus resultados solamente una variable, el clima, que sólo puede tomar dos estados: buen tiempo y mal tiempo.

Resumiendo su situación, el estanciero confecciona la siguiente tabla donde registra los eventuales rendimientos anuales (en %) de su capital disponible.

Uso del dinero	Tiempo	
	Bueno	Malo
1. Plazo fijo	140 %	140 %
2. Trigo	180 %	100 %
3. Ganado	150 %	130 %

Supondremos que el único objetivo del estanciero es incrementar al máximo el rendimiento de su capital y que, para él, un rendimiento del 100 % es dos veces mejor que uno del 50 % y la mitad de bueno de uno de 200 %. Admitamos también que sus decisiones se rigen por el criterio del valor esperado.

Si el tiempo bueno y malo tuviesen la misma probabilidad de acontecer, las tres alternativas serían entonces indiferentes para él. Pero la tendencia climática de los últimos años indica que las condiciones del tiempo tienden a ser malas. Los estudios de las entidades especializadas dicen lo mismo pero de cualquier modo es imposible predecir qué pasará. El estanciero tiende a pensar que el mal tiempo es más probable y asigna a ese estado una probabilidad del 60 %. El valor esperado de cada alternativa es el siguiente:

$$VE\ (1) = 140\ \%$$
$$VE\ (2) = 180 \times 0{,}40 + 100 \times 0{,}60 = 132\ \%$$
$$VE\ (3) = 150 \times 0{,}40 + 130 \times 0{,}60 = 138\ \%$$

Es decir que la alternativa de colocar su capital a interés se presenta como la más favorable en este caso particular.

Pero, ¿cuál sería el resultado en el caso hipotético que sea el buen tiempo el que tiene una probabilidad del 60 %?

En este caso, el valor esperado de cada alternativa es el siguiente:

1. 140 % 2. 148 % 3. 142 %

Por consiguiente, la segunda alternativa, la del trigo, se presenta como la mejor.

Surgen aquí dos preguntas de extrema importancia para el estanciero:

1. Como su apreciación acerca de la probabilidad de buen y mal tiempo es puramente subjetiva, ¿dentro de qué rango puede variar

esa probabilidad sin que la alternativa elegida, cualquiera fuere, deje de ser la mejor?

Alternativamente, ¿en qué valor de la probabilidad del tiempo deja de ser mejor la primera alternativa y comienza a convenir la segunda?

2. ¿Cuáles deberían ser los valores de esa probabilidad para que sea conveniente la tercer alternativa (ganadería)?

En cuanto a la primera pregunta, obsérvese lo siguiente:

Probabilidad buen tiempo	Decisión
0,50	Tres alternativas indiferentes
0,40	La primera
0,60	La segunda

La pregunta es entonces legítima y trata de establecer dentro de qué rango una decisión se mantiene insensible a las variaciones de la probabilidad y en qué valor de dicha probabilidad el decididor modificará su elección. Este análisis constituye el **análisis de sensitividad.**

Si denominamos p a la probabilidad del buen tiempo, tendremos que el valor esperado de cada alternativa es dado por las siguientes funciones:

$$VE\ (1) = 140\ p + 140\ (1 - p) = 140$$
$$VE\ (2) = 180\ p + 100\ (1 - p) = 80\ p + 100$$
$$VE\ (3) = 150\ p + 130\ (1 - p) = 20\ p + 130$$

La primera alternativa es independiente de la probabilidad de buen o mal tiempo y su rendimiento será siempre del 140 % cualquiera fuere el valor de esa probabilidad.

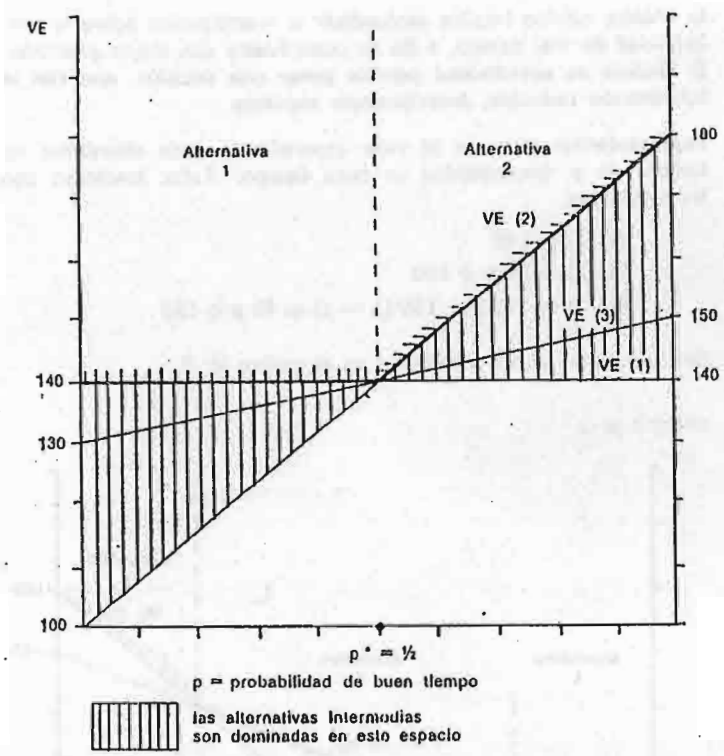
Representamos las tres funciones en el gráfico Nº 1. Las ordenadas indican el valor esperado de cada alternativa en función de la probabilidad del buen tiempo (Ver gráfico en la pág. 432).

Siendo la regla de decisión "Elegir la alternativa con mayor valor esperado", vemos que, cuando:

$0 < p < p^*$, la alternativa 1 es la de mayor VE. Entonces, se elige la alternativa 1.

$p^* < p < 1$, la alternativa 2 es la de mayor VE. Entonces, se elige la alternativa 2.

GRAFICO Nº 1



Queda por saber cuál es el valor de p*. En este punto se igualan las 3 funciones VE de las tres alternativas. Por un simple cálculo algebraico que incluimos en el Anexo, hallamos que: $p^* = 1/2$.

Las conclusiones son evidentes y surgen claramente del gráfico.

1) Basta que el estanciero piense que la probabilidad de buen tiempo sea mayor que la de mal tiempo para que la alternativa de plantar trigo sea la más promisoria. Al contrario, basta que la probabilidad de mal tiempo sea mayor que la de buen tiempo para que le convenga la inversión a plazo fijo.

2) La alternativa de la cría de ganado no es nunca conveniente en relación con las otras. Cualquiera de las otras dos es mejor que ésta. Cualquiera fuere la eventualidad climática, nunca debería elegirse la tercer opción. Se dice que la misma es dominada por las otras.

Pueden efectuarse interesantes consideraciones:

1) No es necesario que el estanciero estime exactamente la probabilidad de buen o mal tiempo. Basta que crea que uno es más probable que el otro. Las exigencias de análisis para la decisión son así mucho menores. El estanciero puede dejar en plena incertidumbre el valor exacto de la probabilidad de buen o mal tiempo. Esa incertidumbre no le molesta ni le impide decidir, no interfiere en su razonamiento, no necesita ser reducida. Sencillamente, no importa.

Se eliminan así, totalmente, los requerimientos de información más precisa. En efecto, observemos las dos proposiciones siguientes:

Proposición 1: "La probabilidad de buen tiempo es 0,78".

Proposición 2: "La probabilidad de buen tiempo es mayor que la de mal tiempo".

La primera, para ser verdadera, necesita un gran monto de información y gran cantidad de análisis. La segunda, al contrario, necesita mucho menos información y análisis. La primera dice mucho más que la segunda, acarrea más información pero, a su vez, es mucho más difícil de obtener. La segunda acarrea menos información pero ésta es suficiente. La mayor información de la primera es superflua, inútil, y, además, costosa.

2) Obsérvese que la tercer alternativa es intermedia de las dos primeras. Con buen o con mal tiempo, el rendimiento se ubica entre los rendimientos respectivos de las otras alternativas. Es una especie de compromiso, de posición prudente, de dispersión de riesgos. Sin embargo está dominada, es irrelevante. Esto sucede frecuentemente y si los datos de rentabilidad son ciertos, debe ignorarse totalmente la tercera alternativa. (Véase un caso ilustrativo en el ejemplo Nº 7).

Pero esta alternativa intermedia tiene un rasgo peculiar: el rendimiento máximo (150) es 30 puntos inferior al rendimiento máximo de la alternativa superior (180) y el rendimiento mínimo (130) es 30 puntos superior al rendimiento mínimo de la alternativa inferior (100).

Dicho de otra forma, la suma de los dos rendimientos es 280. Cualquier alternativa intermedia que mantenga esa característica será dominada y no será necesaria analizarla. Cualquier alternativa cuya función de valor esperado se grafica dentro del espacio rayado verticalmente del gráfico Nº 1 será superada por las otras. A continuación señalamos algunas:

	Tiempo	
	Bueno	Malo
1.	101	179
2.	139	141
3.	120	160

No toda alternativa cuyos resultados son intermedios de las dos primeras es dominada tal como veremos en el próximo caso: sólo lo son las que cumplen el requisito de sumar 280 como resultado.

Los requisitos de dominancia de las alternativas intermedias que surjan del análisis de sensitividad pueden expresarse de distinta forma pero siempre implican menos información y más incertidumbre que la necesaria para el análisis total.

2. MAS ACERCA DE LA ESTIMACION DE PROBABILIDADES

Sigamos con el caso anterior pero supongamos ahora que la tercer alternativa ofrece un rendimiento del 170 % en caso de buen tiempo. La situación se describe en el siguiente cuadro:

	Tiempo	
	Bueno	Malo
1. Plazo fijo	140	140
2. Trigo	180	100
3. Ganado	170	130

Supongamos también que el estanciero piensa que la probabilidad de mal tiempo es mayor que la de buen tiempo pero no mucho. Hay cierta propensión al mal tiempo pero no demasiado fuerte. El interesado no puede dar mayor información.

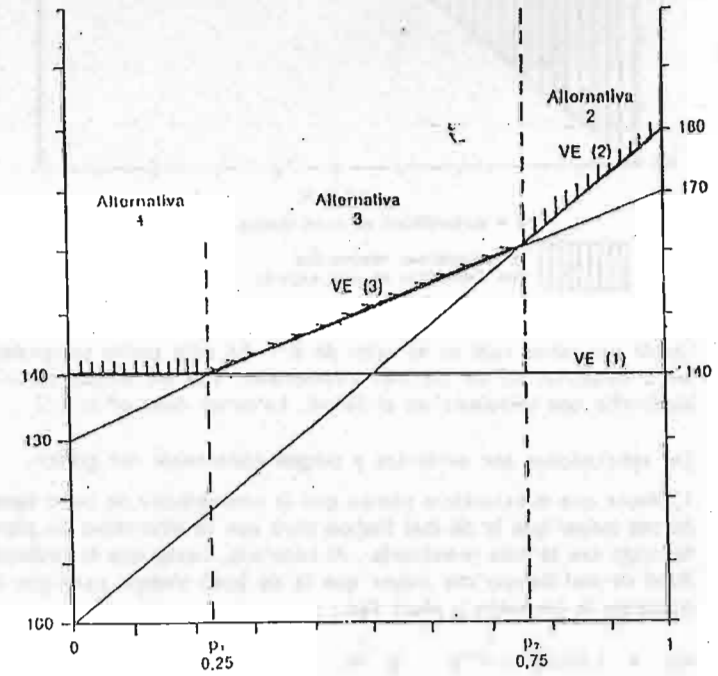
El análisis clásico implica profundizar la investigación sobre la probabilidad de mal tiempo, a fin de cuantificarla con mayor precisión. El análisis de sensitividad permite tomar una decisión, aun con la información reducida, anteriormente expuesta.

Representamos otra vez el valor esperado de cada alternativa en función de p, probabilidad de buen tiempo. Estas funciones son las siguientes:

$$VE\ (1) = 140$$
$$VE\ (2) = 80\ p + 100$$
$$VE\ (3) = 170\ p + 130\ (1 - p) = 40\ p + 130$$

Se representan estas ecuaciones en el gráfico Nº 2.

GRAFICO Nº 2



En el anexo, incluimos el cálculo de p_1 y p_2.

Como el estanciero adopta el criterio de elegir la alternativa con mayor VE, se regirá por las curvas superiores, marcadas con un trazo más fuerte.

La regla de decisión será:

Valor de p	Decisión
Entre 0 y 0,25	1ª alternativa
Más de 0,25 y hasta 0,75	3ª alternativa
Más de 0,75 y hasta 1	2ª alternativa

Como el estanciero piensa que la probabilidad del mal tiempo es ligeramente superior a la del buen tiempo, ésta será ligeramente inferior a 0,50.

Pero no es necesario investigar más. En efecto, cualquiera fuere la probabilidad de buen tiempo entre 0,25 y 0,75, siempre convendrá elegir la 3ª alternativa. Por consiguiente la información del estanciero, aún imperfecta, incompleta, cargada de incertidumbre, es suficiente para tomar bien una decisión. No sabe cuál es la probabilidad de buen tiempo, pero sí sabe que es superior a 0,25 e inferior a 0,75. Y eso basta.

3. LA INSUFICIENCIA DEL ANALISIS DE SENSITIVIDAD

En los dos casos anteriores, el análisis de sensitividad solucionaba el problema de falta de información. NO siempre sucede así. Supongamos el mismo caso, pero con una tercer alternativa diferente.

	Tiempo	
	Bueno	Malo
1.	140	140
2.	180	100
3.	155	130

Supongamos que el estanciero piense que la probabilidad del mal tiempo es algo superior a la del buen tiempo.

Aplicando el análisis anterior, que no reproduciremos, llegamos a la siguiente conclusión:

Valor de p	Decisión
Entre 0 y 0,40	1ª alternativa
Más de 0,40 y hasta 0,545	3ª alternativa
Más de 0,545 y hasta 1	2ª alternativa

Si la probabilidad de mal tiempo es algo superior a la de buen tiempo, ésta es inferior a 0,50 pero, ¿en cuánto? Si es menor a 0,40, la 1ª alternativa es válida, pero si está entre 0,40 y 0,545 es la 3ª.

Aquí el rango de variación de la validez de la 3ª alternativa (0,40 — 0,545) es muy estrecho. Es tan estrecho que se asemeja a una cantidad determinada, a un número único precisamente definido. La situación requiere aquí una información casi tan importante como en el análisis tradicional y no da lugar a cierto monto de incertidumbre.

El análisis de sensitividad difícilmente pueda eliminar aquí la necesidad de información adicional. Pedirle al estanciero que diga si p se encuentra entre 0,40 y 0,545 es casi tan exigente como pedirle su valor exacto.

El análisis de sensitividad sirve, entonces, para tamizar todos los casos que pueden solucionarse sin análisis extra; reduce el número de casos donde es necesario aplicar mayores recursos e información. Lo importante es que el análisis de sensitividad soluciona muchas situaciones, pero no todas. Eso sí, evita un análisis de información costoso e inútil. Cuando la estructura del problema requiere rangos muy estrechos, ya el análisis de sensitividad poco aporta.

En efecto, se trata de sistemas muy sensitivos. Los rangos amplios son características de sistemas poco sensibles, poco exigentes y tolerantes, que permiten trabajar con una gran dosis de incertidumbre. Los rangos estrechos deben ser atacados, de todos modos, por las herramientas del análisis total.

4. LA INCERTIDUMBRE DE LA TASA DE INTERES

Ud. tiene la ocasión de invertir a plazo fijo su capital líquido. Se le ofrece la siguiente opción:

30 días: 85 % anual
60 días: 85 % anual

Ud. piensa que la tasa de interés exhibe una tendencia sostenida pero ligera a la baja. No tiene más información al respecto.

Este problema ha sido presentado por **Onitcanschi, G.** (C. y A. I, 912) sin referirse específicamente al análisis de sensitividad. Veamos cómo opera aquí:

El interés a cobrar es:

30 días:	6,9863 %
60 días:	13,9726 %

Para que le sea conveniente colocar a 30 días, Ud. debe reinvertir el producido al cabo de ese plazo por otros 30 días y obtener un interés total superior al 13,9726 %. Pero Ud. no sabe hoy cuál será el interés en los 30 días siguientes.

¿Cuál es el interés mínimo en este segundo período para que le sea conveniente colocar hoy a 30 días?

$$[1{,}139726 \div 1{,}069863] - 1 = 6{,}53\ \%$$

En efecto, si Ud. coloca $ 100 a 30 días

— obtendrá un interés de	$	6,9863
— es decir, un monto de	„	106,9863
— que colocado otra vez a 30 días al 6,53 % dará un interés de		6,9863
— es decir, un total de		113,9726
y, por lo tanto, un interés total del		13,9726 %

Para facilitar la visión del problema pasamos la tasa del 6,53 % a su expresión anual:

$$\frac{6{,}53 \times 365}{30} = 79{,}45\ \%$$

El resultado de este cálculo para la decisión es el siguiente:

Nivel de la tasa anual en el 2º período de 30 días	Decisión
Más del 79,45 %	Coloque ahora a 30 días
Menos del 79,45 %	Coloque ahora a 60 días

En este caso, como Ud. piensa que la tendencia es ligeramente a la baja, cree que es poco probable que la tasa pase en un mes del 85 % al 79,45 % y que se mantendrá por encima de ese valor. Por consiguiente, coloca ahora a 30 días.

Con esto, no resulta necesario que Ud. estime exactamente la tasa del 2º período a 30 días: basta que esté suficientemente convencido que no bajará hasta el 79,45 %. A Ud. le resulta así indiferente toda la gama de valores de esa tasa entre el 85 % actual y el 79,45 % mínimo del 2º período. Le basta creer firmemente que la tasa se encontrará en ese rango y esa creencia, desde el punto de vista del análisis y de la información, es menos exigente, menos dura que la de una tasa precisamente determinada.

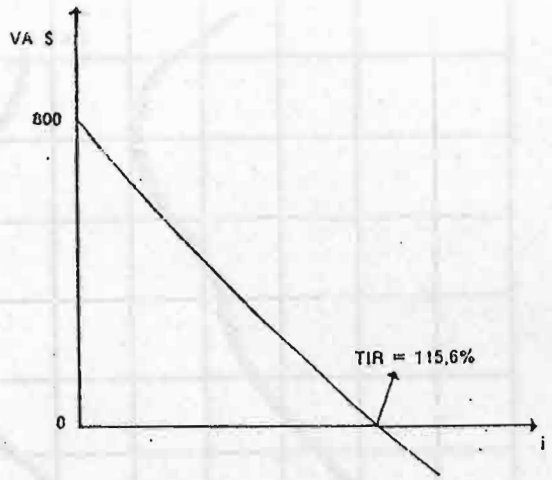
5. LA INCERTIDUMBRE DE LA TASA DE RETORNO EN UNA INVERSION

Todo proyecto de inversión, toda decisión de uso de fondos, toma finalmente la forma de un flujo de fondos. A continuación se incluye —a solo título de ejemplo— un flujo típico de fondos de inversión:

Período	Fondos
0	— 500
1	+ 1.000
2	+ 100
3	+ 100
4	+ 100
	800

Este flujo es, a su vez, compuesto por un gran número de variables que es necesario estimar y agregar para llegar a la simple estructura final. Una característica típica de los proyectos normales es una curva como la representada en el gráfico Nº 3 (ver en la pág. 440).

GRAFICO Nº 3



Se representa así el valor actual del flujo de fondos en función de una tasa de interés variable. Por ejemplo, el flujo expuesto más arriba exhibe los siguientes valores actuales en función de la tasa de interés, los que se representan con la curva del gráfico.

Tasa de interés (%)	Valor actual
0	800 (la suma algebraica)
50	260,5
100	43,8
115,6	0 (TIR)
Infinito	— 500 (el primer movimiento)

Un elemento de gran importancia es la tasa de interés que lleva a cero el valor actual del flujo. Se trata de la Tasa Interna de Rendimiento (TIR) que constituye un relevante criterio de decisión.

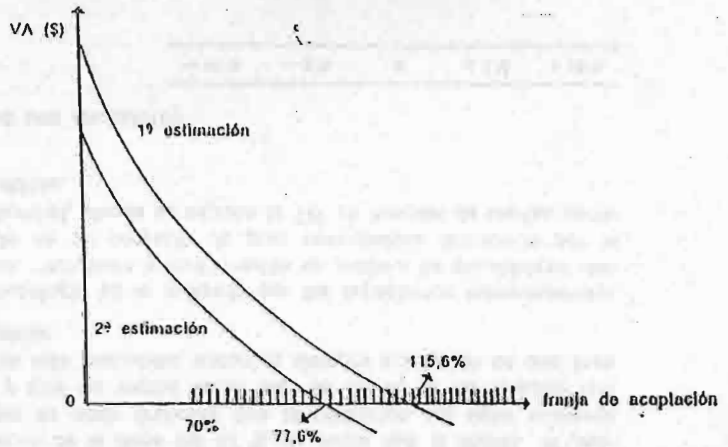
Pero la TIR depende del flujo, el que —a su vez— está altamente cargado de incertidumbre. Si se construye de nuevo el flujo de fondos, con la peor estimación para todos sus integrantes —de modo tal que un flujo peor es poco probable— y la TIR de esta nueva alternativa sigue siendo atractiva, entonces la incertidumbre sobre el flujo pierde relevancia.

Supongamos que una estimación pesimista (siendo improbable una situación peor), lleva el flujo anterior al siguiente:

Período	Fondos
0	— 500
1	+ 800
2	+ 100
3	+ 100
	+ 500

El TIR de este proyecto es del 77,6 %. Si al decididor le conviene cualquier TIR superior al 70 %, entonces no debe investigar más para eliminar la incertidumbre. La situación se representa en el gráfico Nº 4.

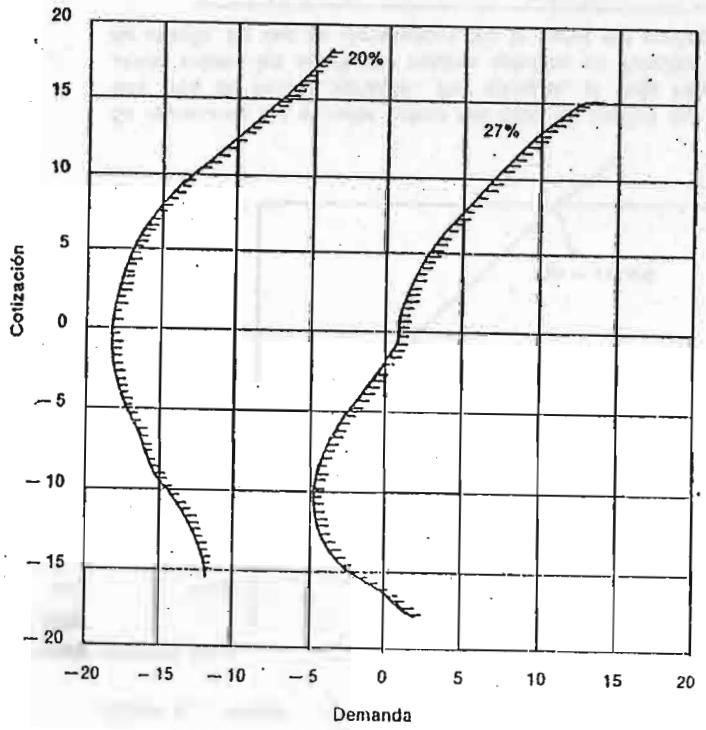
GRAFICO Nº 4



Mientras la curva corte las abscisas dentro de la franja de aceptación (y no teniendo en cuenta otras alternativas y la escasez de recursos), el proyecto es aceptable.

El ejemplo es muy simple. Pero este método de análisis de sensitividad es el utilizado para la evaluación de proyectos. Se estudia la sensitividad de la TIR a distintas variaciones razonablemente esperadas sobre las variables más importantes. Estas son, por ejemplo: nivel de ventas, cotización del dólar, tasa de interés, salarios, inflación general, incentivos impositivos, etc. Se construye así un espacio de TIR aceptable. Supongamos 2 variables: demanda y cotización del dólar a un nivel probable. La TIR es, digamos, del 27 %. Pero una TIR del 20 % es aceptable. Se investiga así cómo varía la TIR en función de variaciones del nivel de demanda y de la cotización del dólar. Una situación hipotética se representa en el gráfico Nº 5. Sobre las coordenadas se indican los porcentajes de variación con respecto a un valor normal o más probable (modo).

GRAFICO Nº 5



Cualquier combinación de variación de las dos variables que caiga a la derecha de la línea (Iso — TIR) del 20 % no modifica la decisión de aceptar la inversión. Cualquier combinación que se ubique a la derecha de la línea del 27 % es mejor que la actual. Si pensamos que es poco probable que la cotización del dólar aumente en 5 % y que las ventas bajen más de un 10 % en relación con los valores más probables, entonces siempre estaremos en una área de aceptación.

Esta metodología es la utilizada por los organismos internacionales de crédito. Incluimos a continuación un análisis de sensitividad real extractado de un proyecto de gran envergadura financiado por el Banco Mundial, donde se expone la TIR en función de ciertas variaciones críticas.

PRECIO DE LOS PRODUCTOS

Variables	— 10 %	— 5 %	0	+ 5 %	+ 10 %
1) Normal	6,6	9,0	11,0	13,0	14,8
2) Incremento del 10 % en los costos de financiación del capital	5,6	7,8	9,8	11,6	13,4
3) Disminución del 10 % en los costos de financiación del capital	7,8	10,2	12,4	14,6	16,6
4) Incremento del 10 % en otros costos de financiación	3,0	5,6	8,0	10,0	12,0
5) Incremento del 11 % en la utilización de la capacidad instalada	8,2	10,6	12,8	14,8	16,8

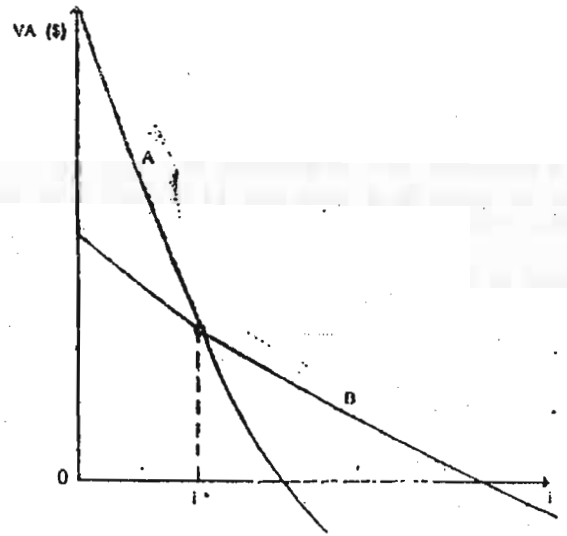
Como puede verse, el rendimiento es muy sensible a la variación de los costos financieros generales, pero no tanto a los costos de capital. También es sensible al aumento de la utilización de la capacidad instalada.

Se revelan así las variables más críticas para la conducción y se pautan los cursos de acción y de control para mantener una rentabilidad satisfactoria.

6. LA ELECCION ENTRE DOS INVERSIONES DE SIMILAR RENDIMIENTO

Imaginaremos dos proyectos de uso de fondos, A y B, cuyo valor actual en función de la tasa de interés se representa en el gráfico Nº 6.

GRAFICO Nº 6



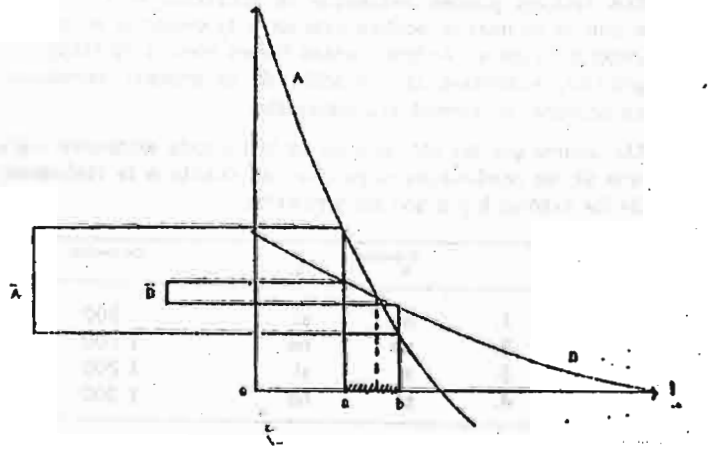
En función de nuestra tasa de evaluación (alternativa de inversión o costo), la decisión será la siguiente:

Tasa de evaluación i	Decisión
$i < i^*$	Proyecto A
$i > i^*$	Proyecto B

El análisis de sensitividad nos brinda aquí los rangos de i para la elección de A y B, sin necesidad de conocer exactamente dicha tasa de evaluación.

Pero supongamos ahora que nuestra tasa se ubica alrededor de i^*, sin saber exactamente cuál es. ¿Qué debemos hacer? Se representa el problema en el gráfico Nº 7.

GRAFICO Nº 7



Supongamos, además, que nuestra tasa de evaluación oscila dentro del intervalo que hemos representado como el tramo a - b.

Si elegimos el proyecto A y la tasa real se encuentra en alguno de los extremos a y b, es de esperar una amplia variación A en el valor actual que obtendremos. Pero si elegimos el proyecto B, la tasa variando entre a y b, el valor actual real oscilará muy poco, en el rango de variación B.

Por consiguiente, B es más seguro, es menos sensitivo a las variaciones de i dentro del rango de incertidumbre, ofrece menor riesgo en caso de equivocación. Por consiguiente, en caso de cierta aversión al riesgo, el proyecto B es aconsejable.

7. LA COMPRA DE MONEDA EXTRANJERA Y LA INCERTIDUMBRE EN LA COTIZACION

Ud. debe viajar al exterior dentro de un mes y estima que necesita 2.000 unidades de determinada moneda extranjera (dólares, si Ud. quiere). La cotización hoy es de $ 1.000 por cada unidad, de modo

que si Ud. compra hoy la moneda extranjera, deberá pagar $ 2 millones.

Dos factores pueden influenciar la cotización dentro del mes: el evento **h** en nuestra política exterior y el evento **n** en nuestra actividad económica. Ambos eventos tienen efectos contrarios: si **h** se produce, aumentará la cotización de la moneda extranjera; si **n** se produce, disminuirá esa cotización.

Ud. estima que las cotizaciones de la moneda extranjera, para cada una de las combinaciones posibles en cuanto a la realización o no de los eventos **h** y **n** son las siguientes:

	Eventos h	n	Cotización
1.	no	sí	900
2.	no	no	1.100
3.	sí	sí	1.200
4.	sí	no	1.300

De ese modo, por ejemplo, si ambos eventos se producen, Ud. deberá pagar $ 2,4 millones el monto de moneda extranjera que Ud. necesita.

Ud. define tres alternativas:

1) Comprar ahora.
2) Comprar antes de irse.
3) Comprar la mitad ahora y la otra mitad al partir.

La situación se resume así:

	Eventos 1.	2.	3.	4.
1. Cambia ahora	2	2	2	2
2. Cambia al partir	1,8	2,2	2,4	2,6
3. Cambia 50 % y 50 %	1,9	2,1	2,2	2,3

Los resultados están expresados en millones de pesos y representan costos. Por otra parte, llamaremos **p** la probabilidad de suceso de **h** y **q** la probabilidad del suceso **n**.

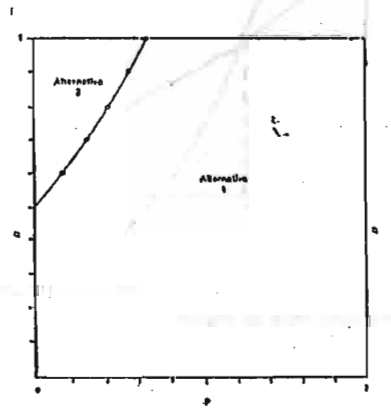
Ud. no conoce exactamente la probabilidad de acontecimiento de los eventos **h** y **n**. Es entonces legítimo preguntarse dentro de qué rango puede variar la probabilidad de esos eventos sin afectar la decisión, a fin de acotar su incertidumbre.

Para ello, es necesario establecer los límites de indiferencia entre las alternativas y el campo de dominancia de cada una con respecto a **p** y a **q**. Este desarrollo se efectúa en el Anexo, en el cual llegamos a establecer los valores de **p** en función de **q** de la siguiente forma, para las alternativas 1 y 2.

$$p = (-1 + 2q) \;/\; (2 + q)$$

La 3ª alternativa, como se demuestra en el Anexo, es siempre dominada por alguna de las otras dos. La situación se representa en el gráfico Nº 8.

GRAFICO Nº 8



El ámbito de variación de p y q queda representado por un cuadrado de lado equivalente a 1. Todos los puntos de ese cuadrado representan combinaciones de distintos valores de p y q.

Dichas combinaciones están divididas en dos áreas. En el ángulo superior izquierdo se configura una área donde todos los valores de **p** y **q** que la forman llevan a elegir la alternativa 2 como más conveniente. Todos los valores de **p** y **q** que forman los puntos del área restante llevan a elegir la alternativa 1.

Supongamos:

$q = 0,7$; $p = 0,1$ (área de la alternativa 2)

Entonces: VE (1) = 2
VE (2) = 1,97 (mínima)
VE (3) = 1,99

Supongamos ahora:

$q = 0,5$; $p = 0,4$ (área de la alternativa 1)

Entonces: VE (1) = 2 (mínima)
VE (2) = 2,20
VE (3) = 2,10

El análisis de la sensitividad permite tomar decisiones con tan poca información como ésta: "Se ignora totalmente la probabilidad **p** del acontecimiento **h** pero se sabe que existen más chances de que **n** no acontezca que lo contrario (o sea que $q < 0,5$)". Esto basta para ubicar la decisión en el campo de dominancia de la alternativa primera.

Como puede observarse, en el espacio de comportamiento de p y q, el campo de dominancia de la alternativa 1 es el de mayor superficie. En efecto, las circunstancias y la evolución estimada del tipo de cambio llevan a que sea más probable un aumento de la cotización que una disminución. De allí, la predominancia de la alternativa 1: "comprar ahora".

No es entonces necesario conocer el valor de p y q: basta saber sus rangos probables de variación.

A medida que va pasando el tiempo y que se tenga mayor certeza en cuanto al acontecimiento de **h** y **n**, es decir que va variando la estimación de p y q, basta observar el gráfico para saber si hay que tomar acción o no. El análisis de sensitividad lleva así a una mejor programación de la decisión.

8. LA INCERTIDUMBRE EN LOS RESULTADOS Y EL USO DE OTRO CRITERIO

Hasta ahora hemos visto casos de incertidumbre sobre la probabilidad de algunos acontecimientos salvo en el caso 4 donde se aplicó el análisis de sensitividad al valor de una variable aleatoria.

Veremos ahora una situación muy simple donde existe incertidumbre en los resultados. Supongamos la siguiente situación de decisión:

Alternativas	Cotización Buena $p = 0,6$	Cotización Mala $p = 0,4$
1ª	100	200
2ª	300	50
3ª	100	X

Los resultados son ganancias, en pesos. El resultado de elegir la 3ª alternativa en caso de cotización mala es desconocido, si bien existen ciertas ideas en cuanto al rango que puede alcanzar. En efecto, se estima que es improbable que sea inferior a 150 y superior a 250.

Supongamos, asimismo, que la probabilidad p de una buena cotización sea 0,6. El valor esperado, que sigue siendo el criterio que adoptamos, para cada alternativa, es el siguiente:

VE (1) = 140
VE (2) = 200
VE (3) = 90 + 0,40 X

Es evidente que la 2ª alternativa es mejor que la primera, de modo que ésta queda eliminada y la decisión se reduce a la 2ª y a la 3ª. ¿Cuándo será indiferente el decididor entre ambas? Cuando su valor esperado sea igual. Es decir cuando $x = 275$.

En efecto:

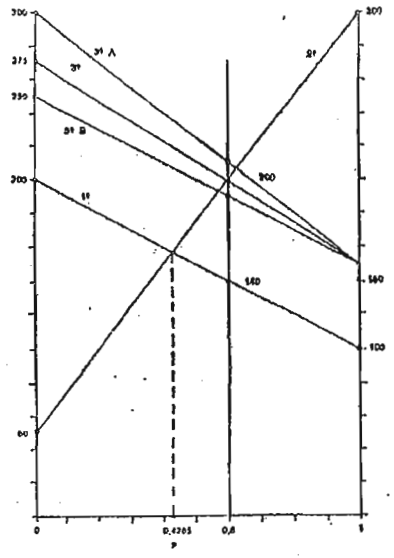
$$90 + 0,40\,x = 200$$
$$x = 275$$

Es fácil deducir entonces la siguiente regla:

Valor de x	Decisión
$x < 275$	Elegir 2ª
$x > 275$	Elegir 3ª
$x = 275$	Indiferencia entre 2ª y 3ª

Esta situación se ha representado en el gráfico Nº 9.

GRAFICO Nº 9



En la vertical correspondiente a p = 0,6, el corte con la 2ª alternativa es más alto (y, por consiguiente, de mayor valor) que el corte con la 1ª. Si el resultado desconocido x es de 275, la 3ª alternativa corta la vertical de p = 0,6 en el mismo lugar que la 2ª. Si el resultado fuera por ejemplo 300 (línea 3ª A), el corte sería superior y por consiguiente la 3ª alternativa debería ser elegida. Si el resultado fuera, por ejemplo, 250 (línea 3ª B), el corte sería inferior y por consiguiente la 2ª alternativa debería ser elegida.

Por consiguiente no es necesario conocer el valor exacto de x.

En efecto:

1) La 1ª alternativa es dominada y no se elige nunca.

2) Basta saber que es muy poco probable que el resultado desconocido llegue a 275 para que también quede eliminada la 3ª alternativa.

Evidentemente, si se piensa que el resultado puede encontrarse alrededor de 275, entonces deberá investigarse más o utilizarse un criterio adicional para dirimir el cuasi empate entre la 2ª y la 3ª alternativa.

Supongamos que el resultado se ubique alrededor de 275, en un rango estrecho. Puede considerarse entonces equivalente a 275 con ciertas dudas. La situación queda como sigue, teniendo en cuenta la eliminación de la 1ª alternativa.

	p = 0,6	p = 0,4
2ª	300	50
3ª	150	275

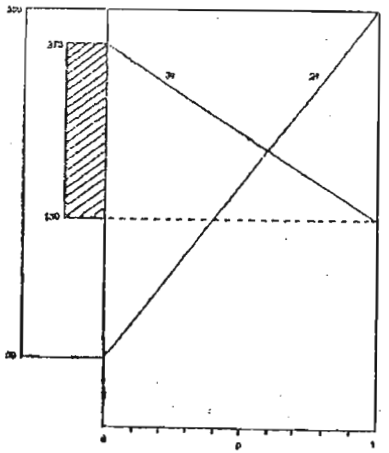
Un criterio adicional es el del riesgo. La alternativa 2ª es más arriesgada. Si las cosas van bien, se gana mucho; pero si van mal, se gana muy poco. En la 3ª alternativa, los resultados son más parejos, los saltos son más suaves. Si se reescribe la situación de la siguiente forma, el argumento es más claro:

	Favorable	Desfavorable
2ª	300	50
3ª	275	150

La dispersión de los resultados de la 3ª alternativa es menor, el rango entre los valores es mucho más reducido, el salto entre la situación favorable y la desfavorable es menos fuerte.

Es que la 3ª alternativa es menos sensitiva que la 2ª. Como puede verse en el gráfico Nº 10 (pág. 452) la curva es más plana, su pendiente es menor, su rango de variación es más reducido. Las consecuencias de un error son menos graves: se trata de un rango de 125 en lugar de 250. Por consiguiente, si se adopta este criterio, en el caso de x equivalente aproximadamente a 275, debe elegirse la 3ª alternativa. Este criterio implica aversión al riesgo y una función de valor particular. Al tratar el caso 1º, hemos eliminado explícitamente este criterio, al decir que para el estanciero, un 100 % de rendimiento era tan bueno como la mitad de un rendimiento de 200 % o el doble de un rendimiento del 50 %.

GRAFICO Nº 10



9. LA INCERTIDUMBRE DE LOS RESULTADOS Y DE LA EVENTUALIDAD

Veremos ahora una situación más compleja donde dos variables son desconocidas: la eventualidad y el resultado.

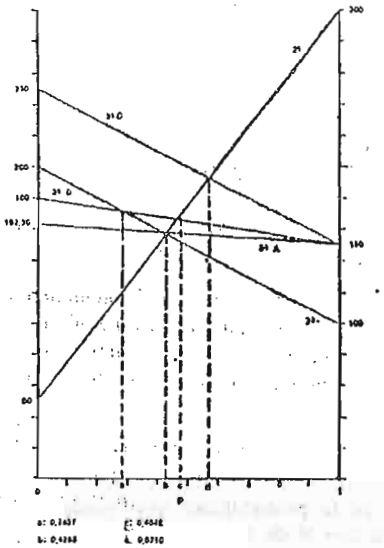
Tomemos el ejemplo anterior pero desconociendo la probabilidad de una buena o mala cotización. La situación se representa así:

Alternativa	Cotización Buena p	Mala 1 — p
1ª	100	200
2ª	300	50
3ª	150	x

Las funciones del valor esperado en relación a p para cada alternativa son las siguientes:

$$VE\ (1) = -100\ p + 200$$
$$VE\ (2) = 250\ p + 50$$
$$VE\ (3) = 150\ p + (1 - p)$$

GRAFICO Nº 11



En el gráfico Nº 11 se han representado las funciones. En el Anexo, se incluyen los cálculos correspondientes. La 1ª y la 2ª alternativa se cortan cuando $p = 0{,}4285$, es decir:

$$VE\ (1,\ p = 0{,}4285) = VE\ (2,\ p = 0{,}4285)$$

Obsérvese que cuando la función de la 3ª alternativa pasa por el punto de corte de la 1ª y la 2ª, la misma queda dominada totalmente por éstas.

Ello sucede cuando $x = 162{,}50$.

Resulta así evidente, en el gráfico, que cuando $x < 162{,}50$, la 3ª alternativa que hemos denominado 3ª A queda eliminada, restando la 1ª y la 2ª.

Obsérvese también que cuando x es igual a 200, la curva de la 3ª alternativa supera a la 1ª que queda así eliminada.

Por lo tanto, podemos aproximar las reglas de decisión:

Valor de x	Decisión
$x < 162{,}50$	$p < 0{,}4285$: 1ª alternativa
	$p > 0{,}4285$: 2ª alternativa
$162{,}50 < x < 200$	Elegir entre 1ª, 2ª y 3ª alternativa
$200 < x$	Elegir entre 2ª y 3ª alternativa

Cuando $x < 162{,}50$, la regla de decisión es completa: no hay lugar a dudas sobre la elección. No sucede así en los otros dos casos, siendo necesario determinar reglas sin ambigüedad.

Para ello, de acuerdo con los cálculos del Anexo, hallaremos el punto de indiferencia entre las alternativas para valores de x superiores a 162,50.

Llamaremos p_1 la probabilidad que iguala el valor esperado de la 3ª alternativa con el de la 1ª, y p_2, la que lo iguala con el de la 2ª. Obtenemos así que:

$$p_2 = \frac{x - 50}{100 + x} \qquad p_1 = \frac{200 - x}{250 - x}$$

Supongamos que $x = 180$. Utilizando las fórmulas anteriores, tendremos que la 3ª alternativa se iguala con la 2ª cuando $p = 0{,}4642$ y con la 1ª cuanto $p = 0{,}2857$.

Queda claro en el gráfico (donde esta alternativa es la 3ª B), en este caso de $x = 180$, que:

Valor de p	Decisión
$0 < p < 0{,}2857$	1ª Alternativa
$0{,}2857 < p < 0{,}4642$	3ª Alternativa
$0{,}4642 < p < 1$	2ª Alternativa

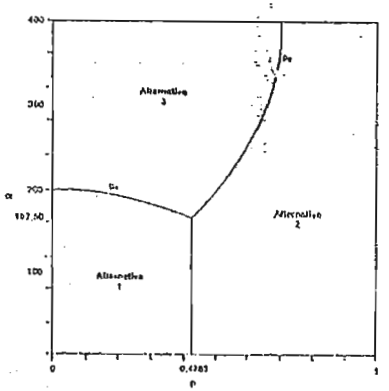
Supongamos ahora que $x = 250$ (alternativa 3ª C). La 1ª alternativa queda dominada y la 2ª y la 3ª se igualan cuando $p_1 = 0{,}571$ (utilizando la fórmula anterior). Queda claro en el gráfico, en este caso de $x = 250$, que:

Valor de p		Decisión
$0 <$ p $<$	0,5710	3ª Alternativa
$0{,}5710 <$ p $<$	1	2ª Alternativa

En el gráfico Nº 11 hemos marcado con trazo grueso las distintas situaciones analizadas.

Debemos hacer este razonamiento para cualquier valor de x y de p. En el gráfico Nº 12 hemos graficado p_1 y p_2 de acuerdo con las fórmulas anteriores, para $x > 162{,}50$. Cuando $x < 162{,}50$, el valor de $p = 0{,}4285$ divide la elección entre la 1ª y la 2ª alternativa. Hemos supuesto que x no puede ser superior a 400 para mayor comodidad de representación. Las tablas correspondientes se hallan en el Anexo.

GRAFICO Nº 12



En el gráfico quedan delimitadas tres grandes áreas. Cada punto de esas áreas es la resultante de un valor de x y otro valor de p. Obsérvese, por ejemplo, que cualquiera fuere el valor de x, basta que $p > 0{,}7$ para que siempre sea la alternativa 2ª la más conveniente. De este modo, en lugar de una incertidumbre provocada por los infinitos valores de p y x, trabajamos con una incertidumbre reducida a pocos rangos de ambas variables. Dentro de una misma

área, todos los puntos son indiferentes entre sí, desde el punto de vista de la decisión. Se trata de clases de equivalencia. La incertidumbre se reduce porque analizamos, no ya elementos, sino clases de elementos.

El razonamiento siempre es el mismo. No importa si no se sabe cuál es el valor de x. Si pensamos que es superior a 200 no importa si no se sabe cuál es el valor de p si pensamos que es inferior a 0,4. Estos ya son datos suficientes para elegir la alternativa 3ª.

10. PROGRAMACION LINEAL CON INCERTIDUMBRE

Aplicando la programación lineal a datos considerados ciertos, se puede llegar a una solución única óptima, extremadamente precisa.

Pero el análisis de sensitividad permite una buena dosis de incertidumbre, sin alterar la precisión del resultado.

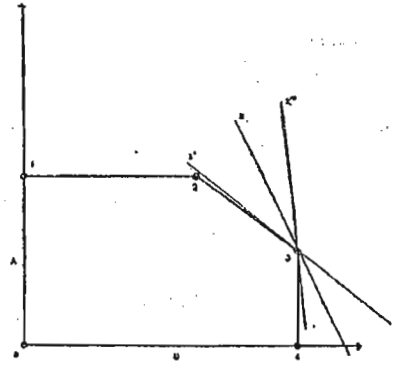
No entraremos en detalles del método, por resultar más complejos que lo necesario. Sólo explicaremos el funcionamiento del análisis de sensitividad en un caso típico y muy sencillo.

Supongamos que una empresa produce 2 bienes A y B ganando $ 2 y $ 4 en cada unidad de A y B.

Supongamos que existen tres restricciones de cualquier tipo que impiden que ciertas combinaciones de cantidades de bienes A y B puedan producirse.

La situación se representa en el gráfico Nº 13.

GRAFICO Nº 13



Todas las distintas combinaciones de A y B representadas por cada punto interno del polígono, incluyendo su perímetro, son factibles. El perímetro marca el ámbito de las restricciones o impedimentos que condicionan la producción. Fuera del polígono, ninguna combinación de A y B es posible.

Por teoremas derivados de la programación lineal, sabemos que, en cualquier situación normal, la combinación o mezcla óptima de A y B que origina la máxima ganancia se ubica en alguno de los vértices del polígono, numerados del 1 al 4. Como cada unidad más de A y B implica una ganancia mayor, la combinación óptima posible de ambos productos se encontrará lo más arriba y a la derecha posible.

El punto de máxima ganancia está dado por la pendiente de la curva de ganancia y esta pendiente, a su vez, por la relación entre las ganancias de cada producto. En nuestro ejemplo, el vértice 3 en el cual se toca el polígono y la curva de ganancias Z indica la mezcla óptima de producto. En este caso, la recta Z tiene una pendiente 2 que es el resultado de relacionar los $ 4 de ganancia de cada unidad de B con los $ 2 de ganancia de cada unidad de A.

En primer lugar, obsérvese que no importa en realidad cuáles son las ganancias unitarias: basta saber cuál es la relación entre ellas. En efecto, cualquier curva de ganancia cuya pendiente es 2 indicará la misma mezcla óptima.

De este modo no importa si las ganancias unitarias de B y A son $ 5 y $ 2,50; $ 3 y $ 1,5; $ 1,8 y $ 0,90; $ 4,10 y $ 2,05, etc. Basta que la ganancia unitaria de B sea dos veces la de A para que la producción óptima sea siempre la misma.

Esto es importante porque la relación entre las dos ganancias implica menos información que la definición de las mismas exactamente. No es necesario decir: "las ganancias unitarias de A y B son $ x y $ y respectivamente". Se puede decir: "No sabemos cuáles son las ganancias unitarias de A y B, pero sabemos que la de B es dos veces la de A" y se hallará también el resultado óptimo. Se permite así la permanencia de una gran dosis de incertidumbre en un método típico de decisión bajo certeza.

En segundo lugar, también hay cabida para que haya cierta incertidumbre sobre la relación entre las dos ganancias unitarias.

En efecto, si la ganancia de B fuese algo más que las 2/3 partes de la ganancia de A, digamos el 70 %, tampoco se modificaría la pro-

ducción óptima. Hemos representado esta nueva curva de ganancia por la recta Z'. Si la pendiente fuese exactamente 2/3, entonces cualquier punto entre los vértices 3 y 4 será óptimo.

De esta forma, hemos encontrado algo de enorme importancia práctica. No importa cuál es la ganancia unitaria de A y B. Basta tener esta información:

Relación = ganancia unitaria B / ganancia unitaria A	Mezcla óptima
Menor que 0,70	Punto 2
Mayor que 0,70	Punto 3

(Se entiende por ganancia un resultado positivo).

Esto implica, evidentemente, la posibilidad de manejar un gran monto de incertidumbre y, aún así, obtener la solución óptima del problema.

En tercer lugar, también puede existir incertidumbre sobre las dos restricciones que conformen el punto óptimo. Observando el gráfico, puede observarse que cada una de ellas puede girar cierta cantidad de grados alrededor del punto 3 sin que éste deje de ser el óptimo.

Puede llegarse así a determinar los límites de variación de los tres elementos que conforman cada punto óptimo, dentro de los cuales éste mantiene su optimilidad.

No haremos este ejercicio aquí, pero el ejemplo es suficientemente ilustrativo de la potencialidad del método para trabajar con gran dosis de incertidumbre y con información incompleta.

11. ANEXO

Caso Nº 1

— Indiferencia entre VE (1) y VE (2)

$$140 = 180\,p + 100\,(1 - p)$$
$$140 = 80\,p + 100$$
$$p = 1/2$$

Caso Nº 2

— Indiferencia entre VE (1) y VE (3)

$$170\,p + 130\,(1 - p) = 140$$
$$40\,p = 10$$
$$p_1 = 0{,}25$$

— Indiferencia entre VE (2) y VE (3)

$$170\,p + 130\,(1 - p) = 180\,p + 100\,(1 - p)$$
$$40\,p + 130 = 80\,p + 100$$
$$40\,p = 30$$
$$p = 0{,}75$$

Caso Nº 7

$$VE\,(1) = 2$$
$$VE\,(2) = 1{,}8\,(1 - p)\,q + 2{,}2\,(1 - p)\,(1 - q) + 2{,}4\,pq + 2{,}6\,p\,(1 - q)$$
$$VE\,(2) = 0{,}4\,q + 0{,}4\,p + 0{,}2\,pq + 2{,}2$$
$$VE\,(3) = 0{,}2\,q + 0{,}2\,p + 0{,}1\,pq + 2{,}1$$

La indiferencia entre la 1ª y la 2ª alternativa está dada por:

$$VE\,(2) = VE\,(1)$$

O sea:

$$-0{,}4\,p + 0{,}4\,p + 0{,}2\,pq + 2{,}2 = 2$$

de donde, despejando y sustituyendo los decimales por números enteros, multiplicando ambos miembros de la ecuación por 10:

$$p = (-1 + 2\,q) \;/\; (2 + q)$$

La ecuación anterior representa la indiferencia entre las dos primeras alternativas. Cualquier valor de p y q que la satisfacen hará que ambas alternativas tengan el mismo valor esperado. Como se trata de costos, debiéndose minimizar el VE, cuando p sea inferior al 2º miembro de la ecuación, el VE (2) será inferior al VE (1) y, por consiguiente, la 2ª alternativa es más conveniente.

Procediendo de la misma forma, hallaremos que el valor de p para la indiferencia entre la 1ª y la 3ª alternativa es el mismo.

De modo que, para que:

VE (2) > VE (1), debe ser $p > (-1 + 2q) / (2 + q)$
VE (3) > VE (1), debe ser $p > (-1 + 2q) / (2 + q)$

Queda por dirimir el campo de dominancia entre la 2ª y 3ª alternativa. Por el mismo método llegamos a que:

para VE (3) > VE (2), debe ser $p < (-1 + 2q) / (2 + q)$

Pero esto sólo puede darse cuando la 1ª alternativa es mejor que las 2 otras. Por consiguiente, cuando la 3ª alternativa domina la 2ª, ambas —a su vez— están dominadas por la 1ª. De este modo, la 3ª alternativa es siempre dominada.

Caso Nº 9

— Indiferencia entre 1ª y 2ª alternativa

$$-100p + 200 = 250p + 50$$
$$350p = 150$$
$$p = 0{,}4285$$

— Valor de x cuando la 3ª alternativa es equivalente a las otras dos:

$$150p + x(1 - p) = -100p + 200$$
$$x = \frac{-250p + 200}{1 - p}$$

Para $p = 0{,}4285$
$x = 162{,}50$

— Indiferencia entre 1ª y 3ª alternativa

$$-100p + 200 = 150p + x(1 - p)$$
$$250p - xp = 200 - x$$
$$p(250 - x) = 200 - x$$
$$p_1 = \frac{200 - x}{250 - x}$$

— Indiferencia entre 2ª y 3ª alternativas

$$250p + 50 = 150p + x(1 - p)$$
$$100p + xp = x - 50$$
$$p_2 = \frac{x - 50}{100 + x}$$

— Tabla para confección del gráfico Nº 12

$p_1 = (200 - x) / (250 - x)$ $p_2 = (x - 50) / (100 + x)$

x	p_1	p_2	x	p_1	p_2
160	0,4444	0,4231	195	0,0909	0,4915
165	0,4117	0,4340	200	0	0,500
170	0,3750	0,4444	250	—	0,571
175	0,3333	0,4545	300	—	0,625
180	0,2857	0,4642	350	—	0,670
185	0,2307	0,4737	400	—	0,700
190	0,1666	0,4827			

Δ